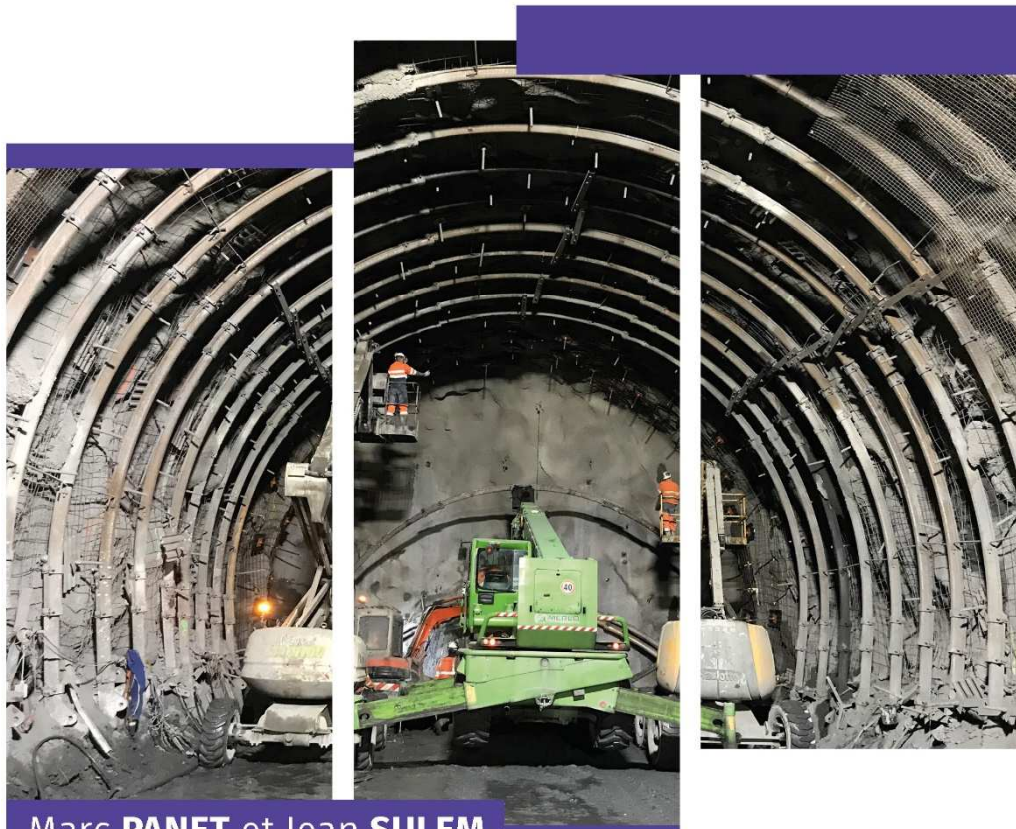


Géomécanique et Géotechnique avancée

## Ouvrages souterrains

Jean Sulem  
Laboratoire Navier  
Ecole des Ponts ParisTech  
[jean.sulem@enpc.fr](mailto:jean.sulem@enpc.fr)

# LE CALCUL DES TUNNELS par la méthode convergence-confinement



Marc **PANET** et Jean **SULEM**



**Presses des Ponts**  
**ISBN : 9 78-2-85978-534-5, 2021**

# GENERALITES SUR LA CONCEPTION DES OUVRAGES SOUTERRAINS

- **Caractérisation des terrains**
  - Reconnaissances géologiques et géotechniques
  - Caractéristiques géologiques des terrains
  - Propriétés mécaniques de la roche intacte
  - Discontinuités (géométrie, propriétés)
  - Perméabilité
  - Régime hydrogéologique

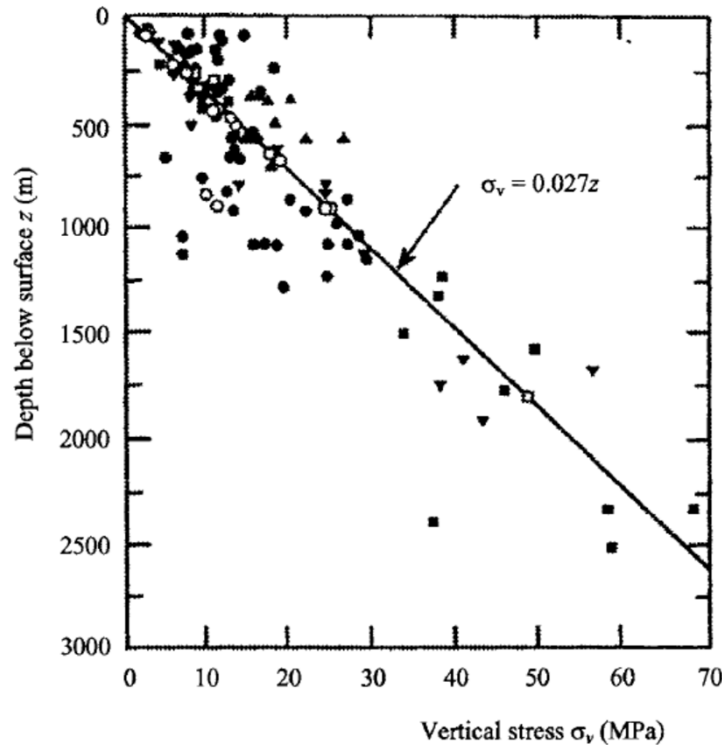
***Complexité des formations géologiques***

***Nombre limité de données de terrain***

***Incertitudes sur les données géologiques***

- **Etat initial du massif**

Le creusement perturbe l'état de contraintes initial



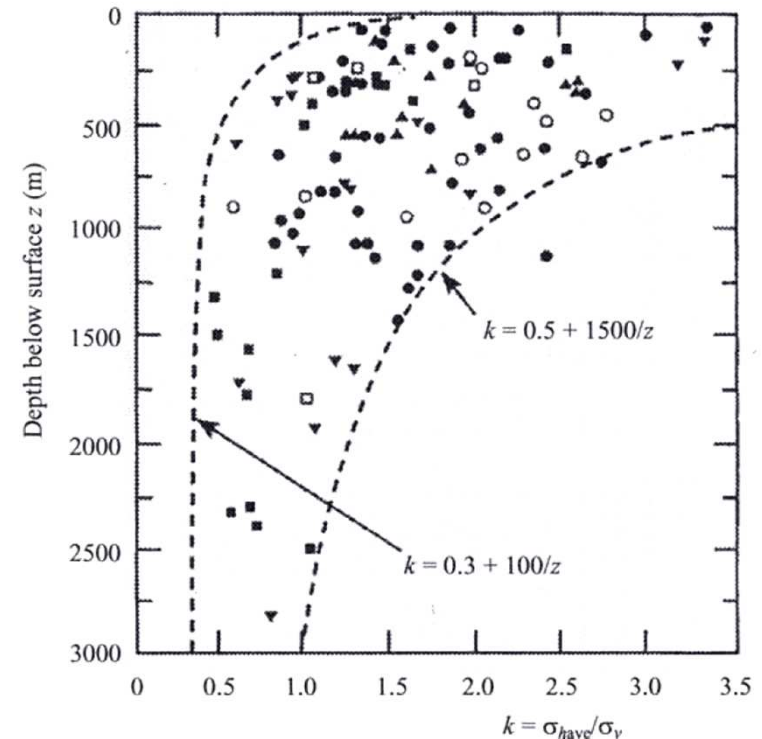
Contrainte verticale

$$\sigma_v = \gamma \cdot z \quad ; \quad \sigma_h = K_0 \sigma_v$$

$\gamma$  : poids unitaire de la roche de recouvrement

$z$  : profondeur

D'après Hoek and Brown (1980)



Contrainte horizontale moyenne

- **Choix des méthodes de creusement et de soutènement**

- Technique d'excavation (explosifs, machine de forage, tunnelier)
- Nature des soutènements (provisoires, définitifs)
- Phases de creusement et de pose du soutènement



Figure 1.1. Abattage à l'explosif en pleine section - Jumbo de foration (Atlas Copco)

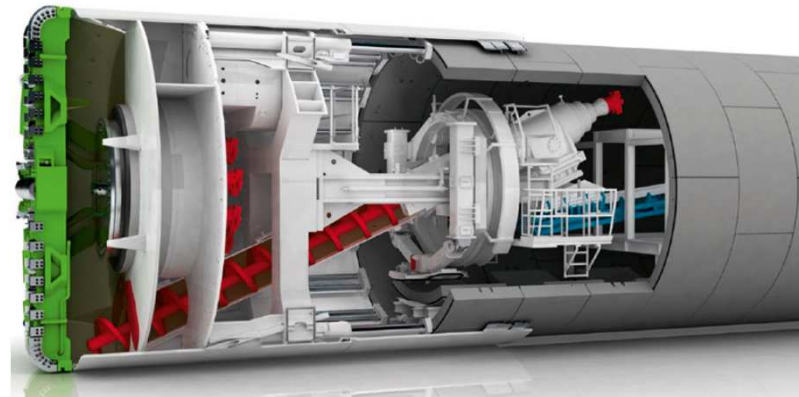
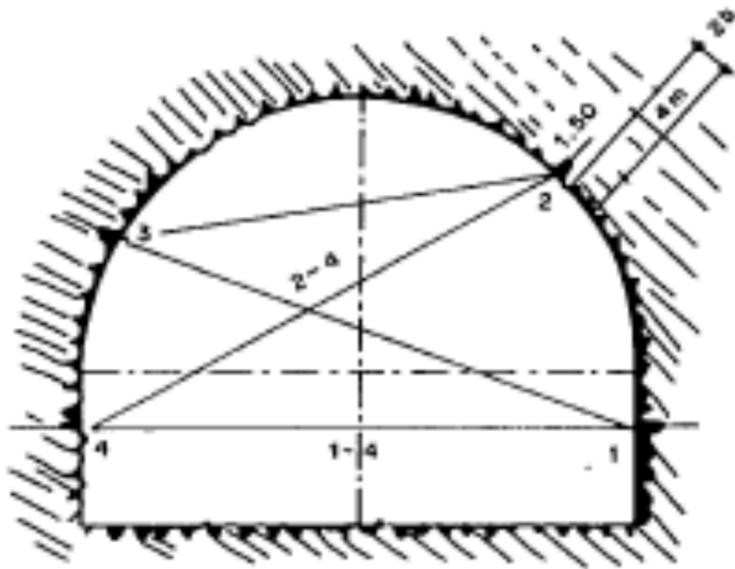


Figure 1.2. Tunnel 186 - Creusement traditionnel en demi-section

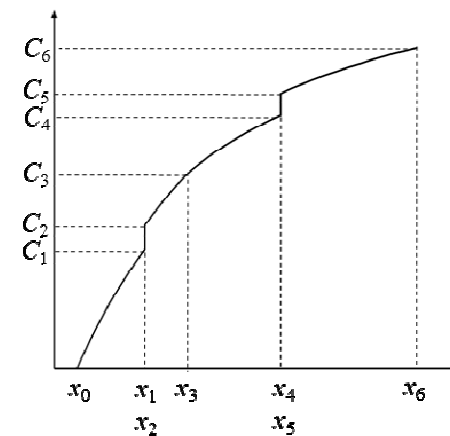
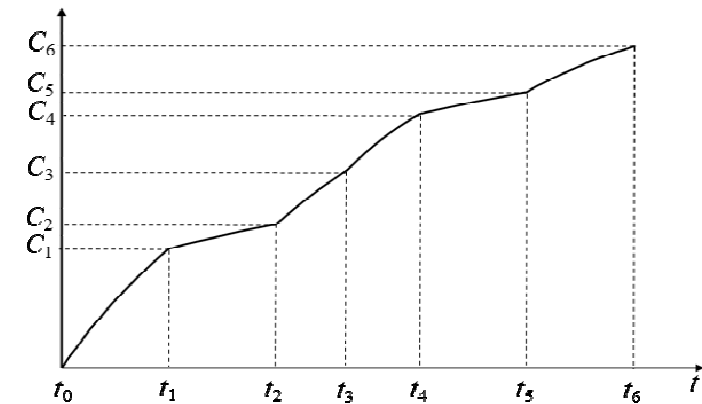
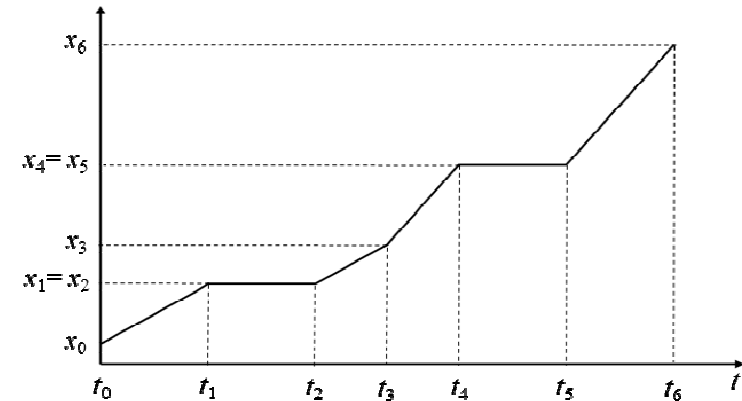


- **Auscultation des ouvrages en phase de construction**

- Mesures de convergence: déplacement relatif de deux points opposés de la paroi

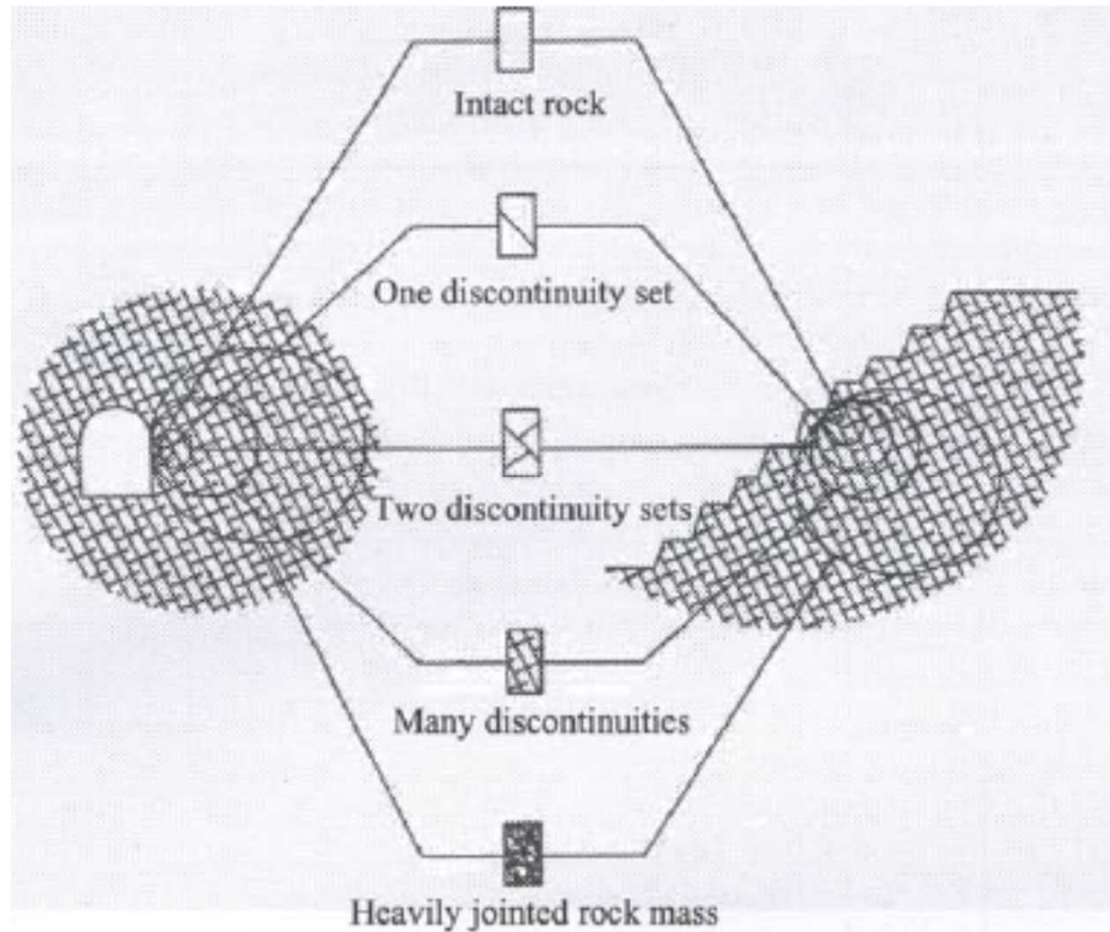


- Mesures extensométriques
- Mesures de contraintes dans les revêtements



- **Méthodes de calculs et de dimensionnement pour assurer la stabilité de l'ouvrage**
  - Classification du massif en fonction de la description géologique et géotechnique
  - Méthodes empiriques (art et expertise de l'ingénieur)
  - Méthodes observationnelles ('learn as you go', si nécessaire modifier le dimensionnement durant la construction sur la base des mesures de terrain)
  - Modélisation (hydro)mécanique milieu continu/milieu discontinu
  - Modélisation 2D/3D
  - Solutions analytiques/Simulations numériques (éléments finis, éléments discrets)

# Taille et espacement des discontinuités et taille du problème



Influence de l'échelle des discontinuités sur le type de modèle de massif rocheux à considérer  
(After Hoek et al. 1995)

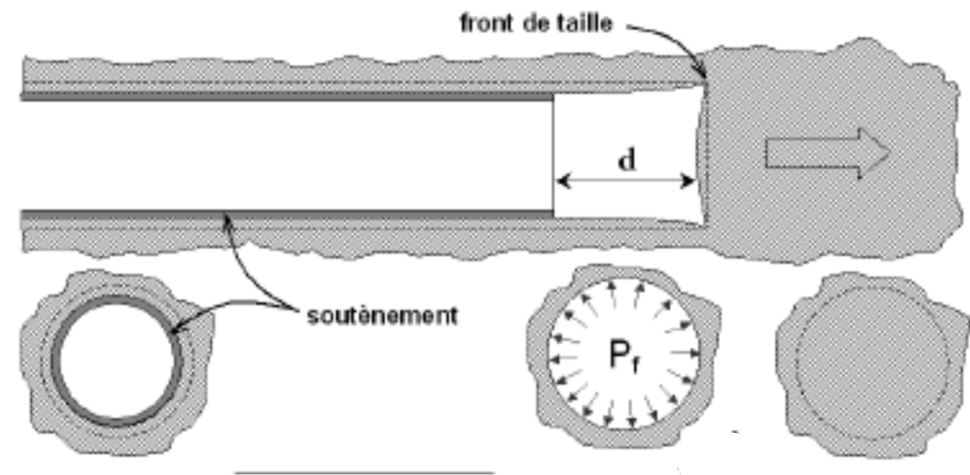


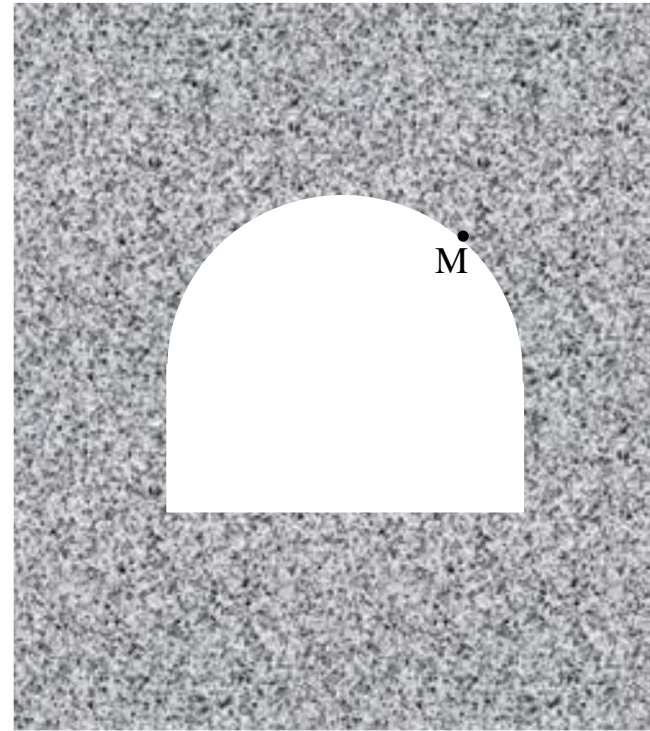
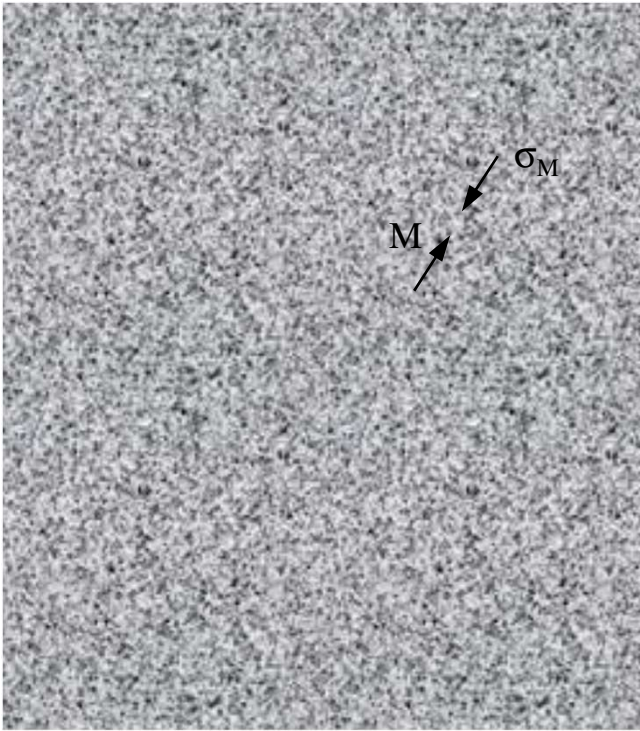
# PRINCIPES DE LA METHODE CONVERGENCE- CONFINEMENT

L'excavation d'un tunnel provoque une décompression des terrains qui se manifeste par:

- une convergence des parois
- un chargement du soutènement

La nature tridimensionnelle du problème au voisinage du front de taille est prise en compte de manière approchée par une modélisation bidimensionnelle en déformations planes en remplaçant l'effet de soutènement exercé par le front de taille par une **pression fictive de soutènement** qui décroît au fur et à mesure que le front s'éloigne.





Etat initial

$$\sigma(M) = \sigma_0$$

$$u_M = 0$$

$$\lambda = 0$$

Etat intermédiaire

$$\sigma(M) = (1 - \lambda)\sigma_0$$

$$u_M = u(\lambda)$$

$$0 < \lambda < 1$$

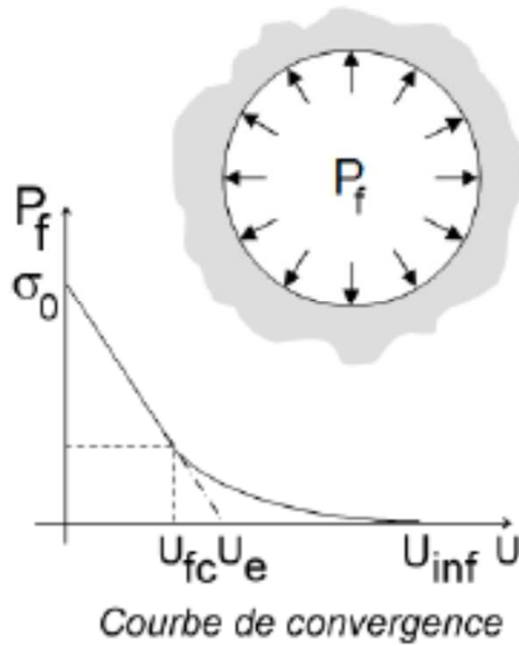
Etat final

$$\sigma(M) = 0$$

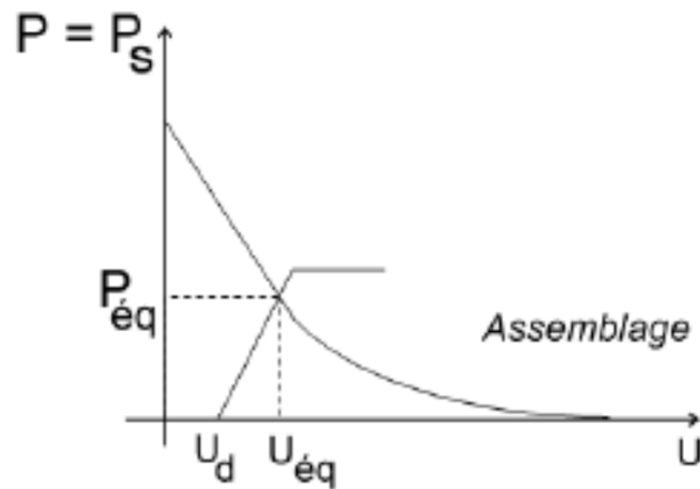
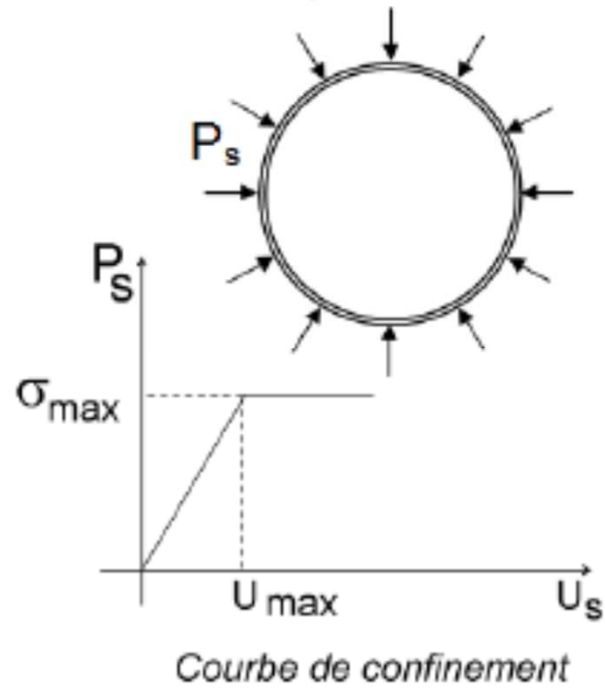
$$u_M = u_\infty$$

$$\lambda = 1$$

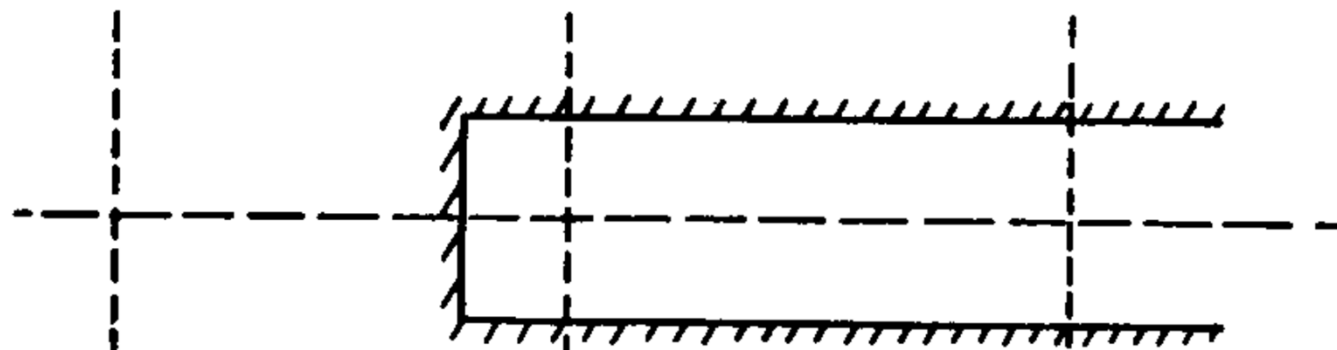
POINT DE VUE TERRAIN  
Déchargement



POINT DE VUE SOUTÈNEMENT  
Chargement

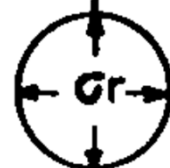


$$P_f = (1 - \lambda(x)) \sigma_0$$



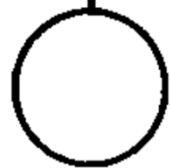
$$\lambda = 0$$

$$\sigma_r = \sigma_0$$



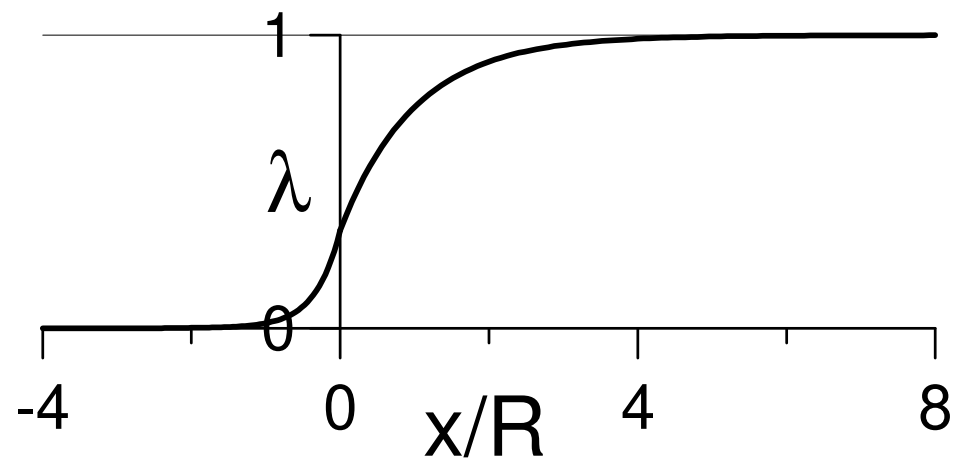
$$0 < \lambda < 1$$

$$\sigma_r = (1 - \lambda) \sigma_0$$



$$\lambda = 1$$

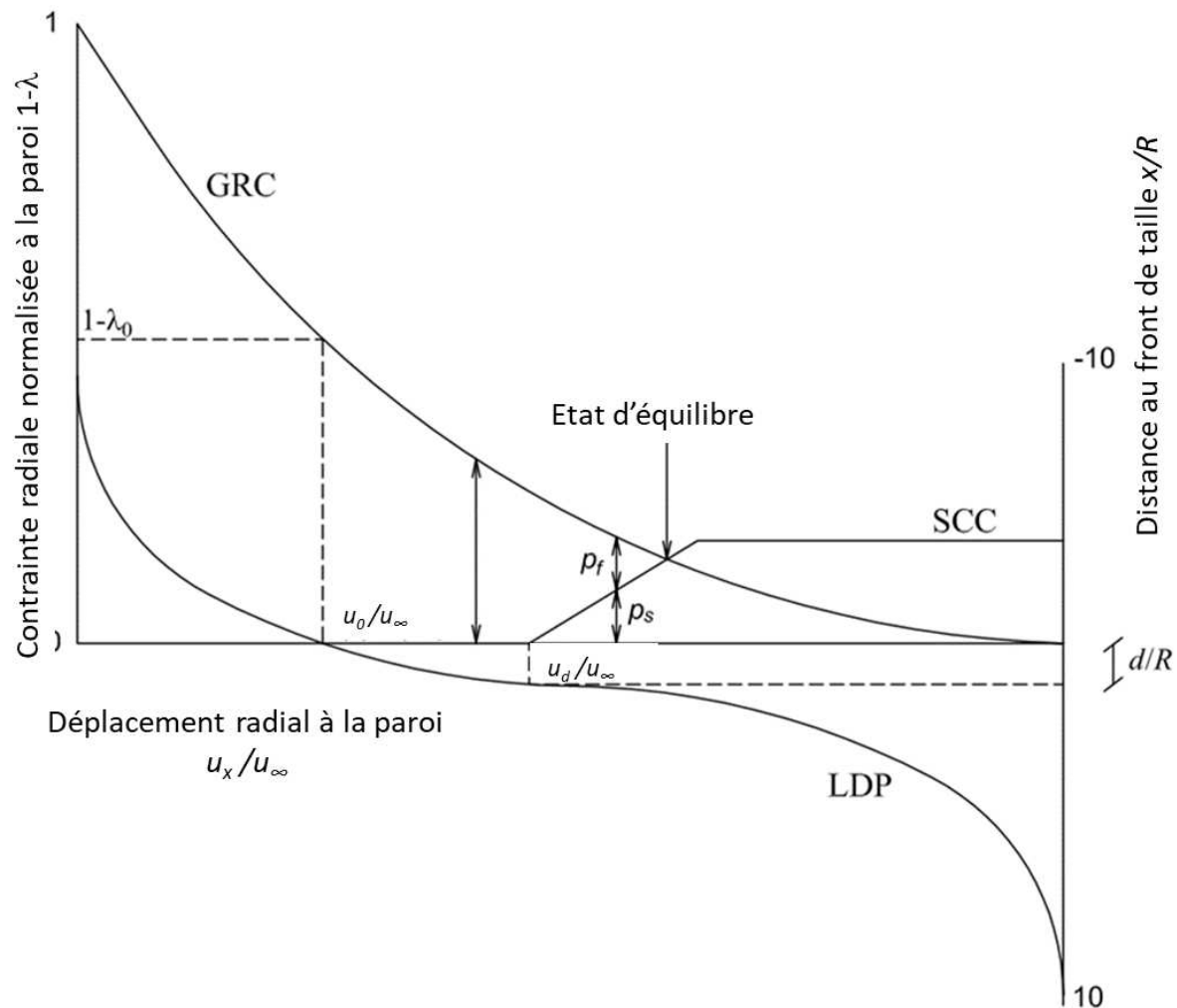
$$\sigma_r = 0$$



LDP : profil longitudinal de déplacement qui représente le déplacement radial à la paroi du tunnel en fonction de la distance au front,

GRC : courbe de convergence du terrain non soutenu

SCC : courbe de confinement du soutènement (SCC)



# COMPORTEMENT MECANIQUE DES ROCHES ET CHAMPS DE CONTRAINTE AUTOUR DES TUNNELS

## Cylindre creux dans un milieu élastique

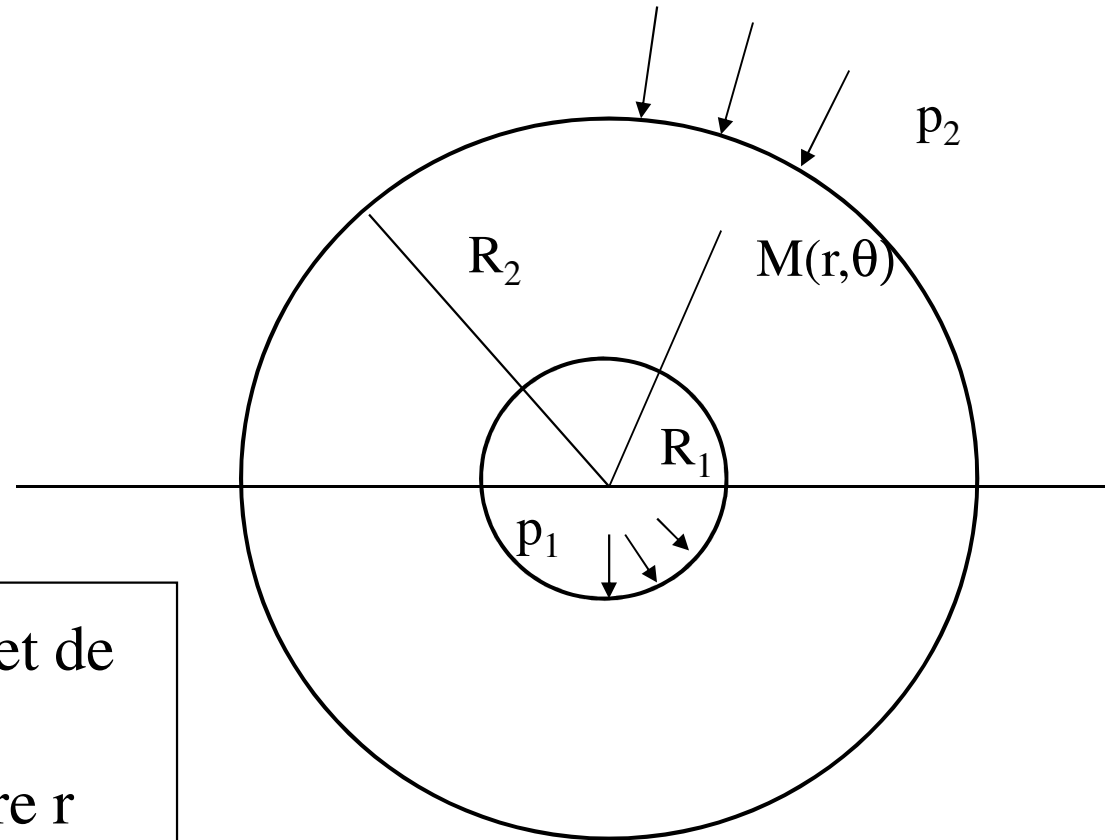
Rayon intérieur  $R_1$

Rayon extérieur  $R_2$

pression intérieure  $p_1$

pression extérieure  $p_2$

Symétrie cylindrique



Les champs de contraintes et de déplacement sont fonction uniquement du rayon polaire  $r$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 \\ 0 & \sigma_\theta \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{du}{dr} & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} \end{pmatrix}$$

$$u = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{2(\lambda + G)(R_2^2 - R_1^2)} r + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{2G(R_2^2 - R_1^2) r}$$

$$\sigma_r = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{(R_2^2 - R_1^2)} - \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{p_2 R_2^2 - p_1 R_1^2}{(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2}$$

*Remarques :*

Le champ de contraintes est indépendant des modules élastiques

La contrainte moyenne  $(\sigma_r + \sigma_\theta)/2$  est indépendante de  $r$

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2(p_2 - p_1) R_1^2 R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2) r^2} \quad \text{est maximal à la paroi interne (} r=R_1 \text{)}$$



si  $R_2 \rightarrow \infty$

$$u = \frac{p_2}{2(\lambda + G)} r + \frac{(p_2 - p_1) R_1^2}{2Gr}, \quad \Delta u = \frac{(p_2 - p_1) R_1^2}{2Gr}$$

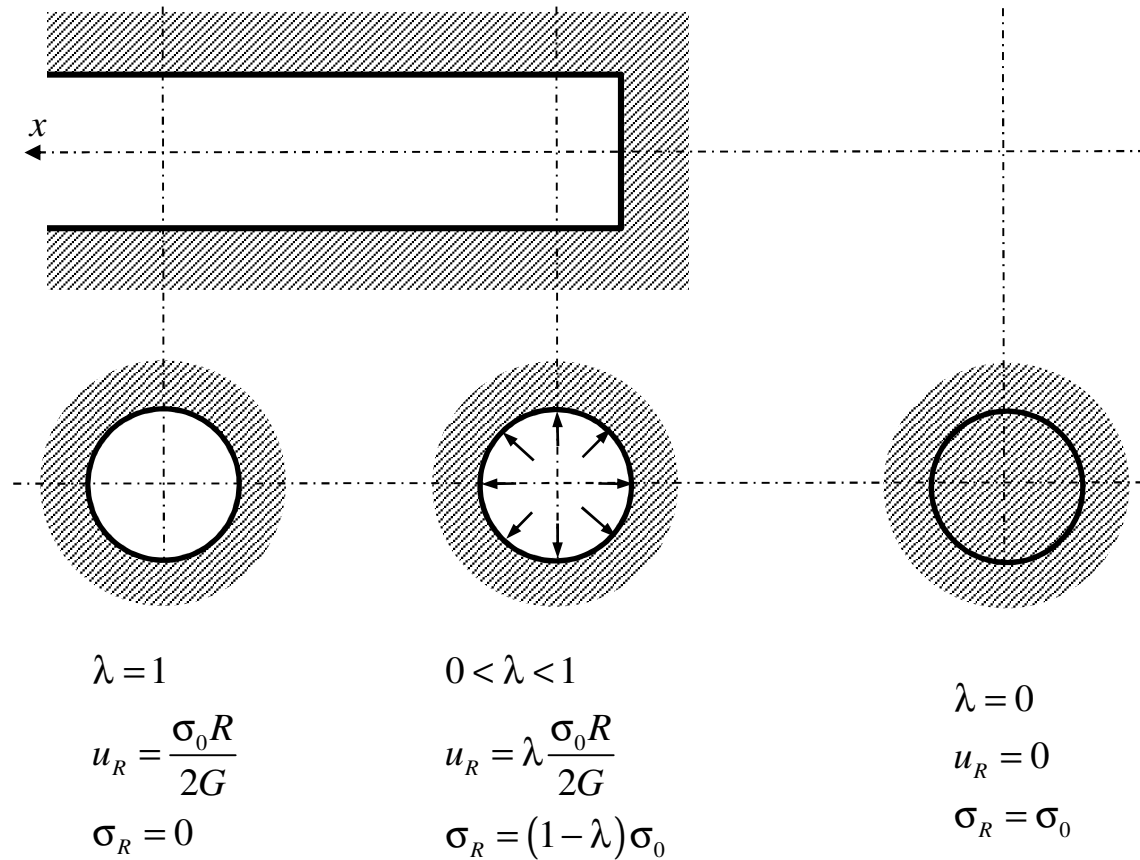
$$\sigma_r = p_2 - (p_2 - p_1) \frac{R_1^2}{r^2} \quad ; \quad \sigma_\theta = p_2 + (p_2 - p_1) \frac{R_1^2}{r^2}$$

si  $p_1 = 0$  (cavité sans soutènement)

$$\frac{\Delta u}{R_1} = \frac{p_2}{2G} \frac{R_1}{r}$$

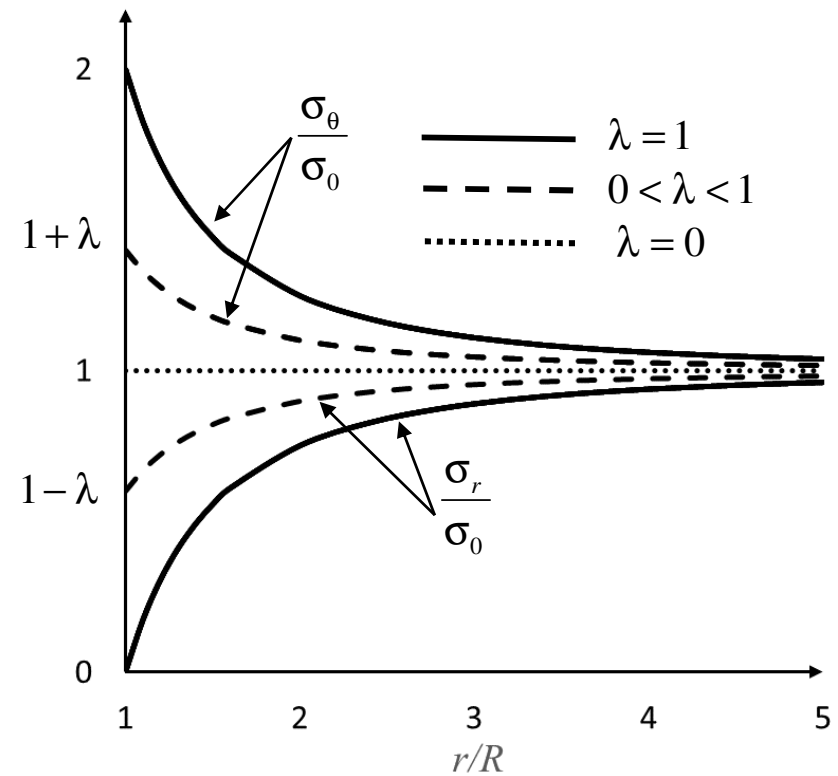
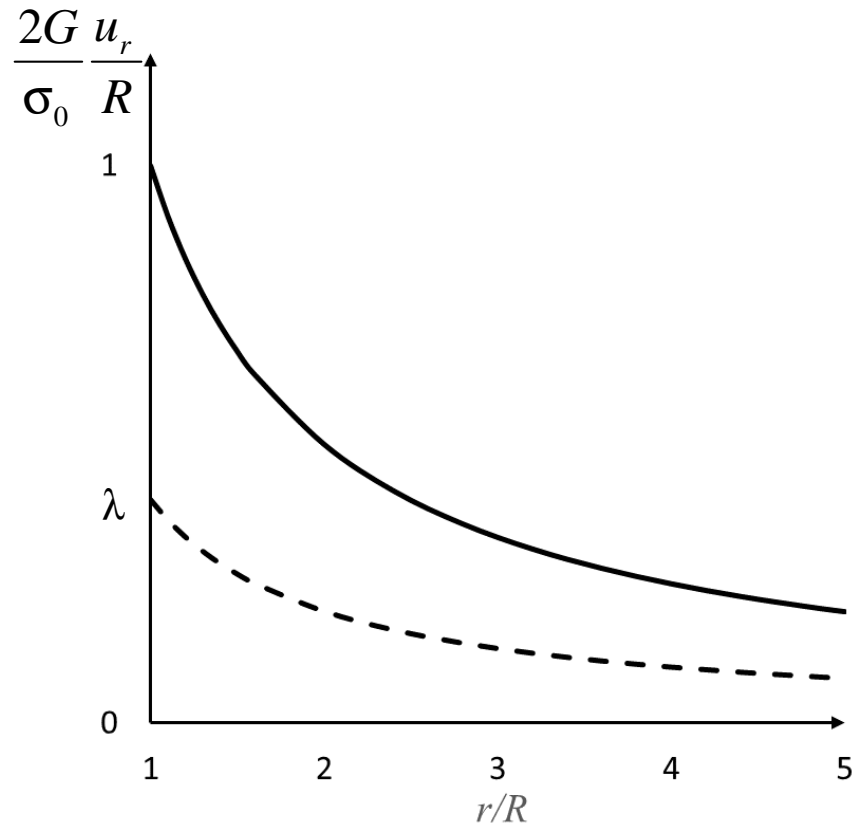
$$\sigma_r = p_2 \left( 1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right) \quad ; \quad \sigma_\theta = p_2 \left( 1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right)$$

Pour une galerie de rayon R en cours de creusement dans un milieu homogène élastique isotrope sous état de contrainte initiale isotrope  $\sigma_0$



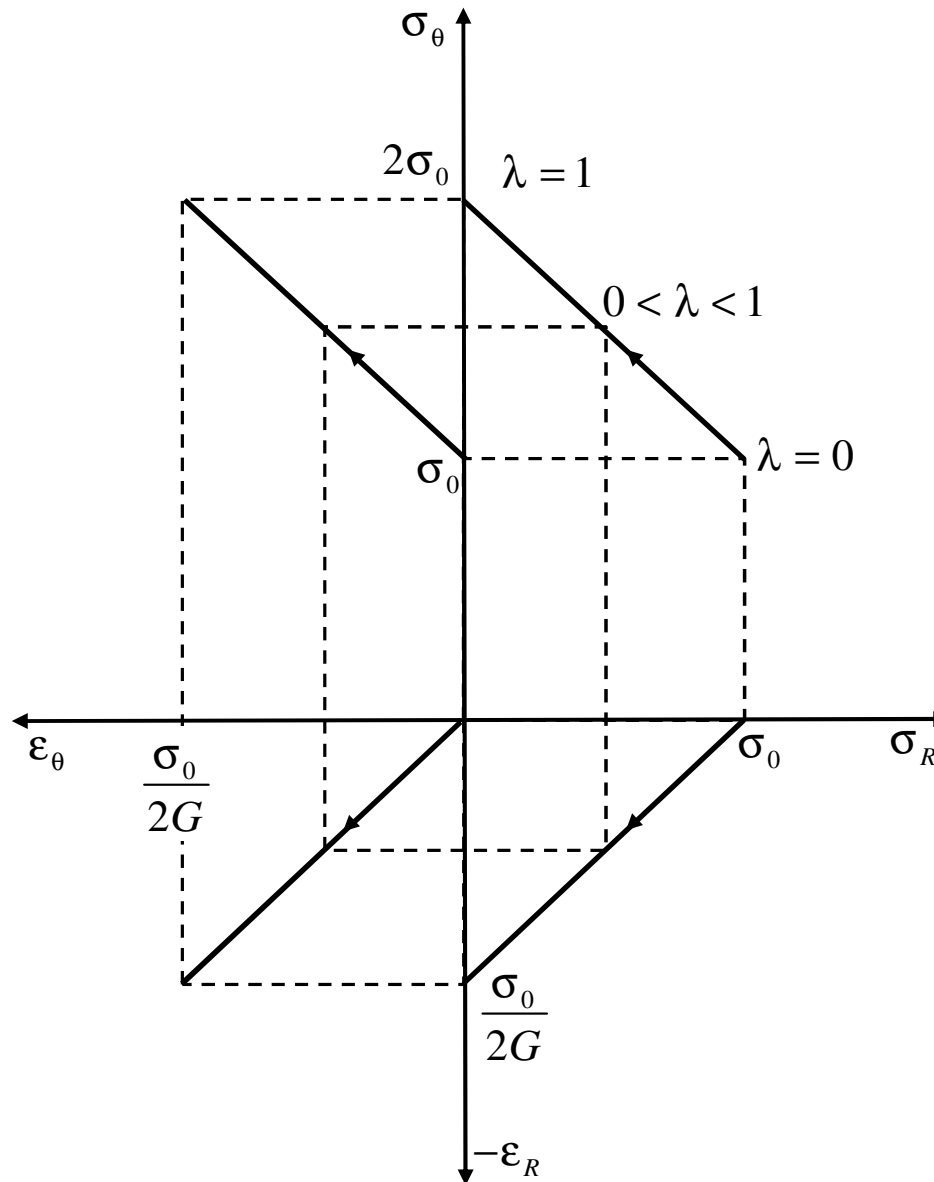
$$p_1 = (1 - \lambda)\sigma_0 \quad (\text{pression fictive de soutènement})$$

$$\Delta u = \lambda \frac{\sigma_0 R^2}{2G r}; \quad \sigma_r = \left(1 - \lambda \frac{R^2}{r^2}\right)\sigma_0; \quad \sigma_\theta = \left(1 + \lambda \frac{R^2}{r^2}\right)\sigma_0$$



à la paroi

$$\frac{\Delta u}{R} = \lambda \frac{\sigma_0}{2G}$$
$$\sigma_R = (1 - \lambda)\sigma_0$$
$$\sigma_\theta = (1 + \lambda)\sigma_0$$



## Tunnel de rayon R creusé dans un milieu homogène élastique isotrope sous état de contrainte initiale anisotrope

$$p_1 = K_0 \sigma_0 ; p_2 = \sigma_0$$

Tenseur des contraintes initiales en coordonnées cylindriques

$$\sigma_r^0 = \frac{1}{2} \left( (1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\sigma_\theta^0 = \frac{1}{2} \left( (1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\tau_{r\theta}^0 = \frac{1}{2} \left( (1 - K_0) \sin 2\theta \right) \sigma_0$$

A la paroi on applique une réduction des contraintes

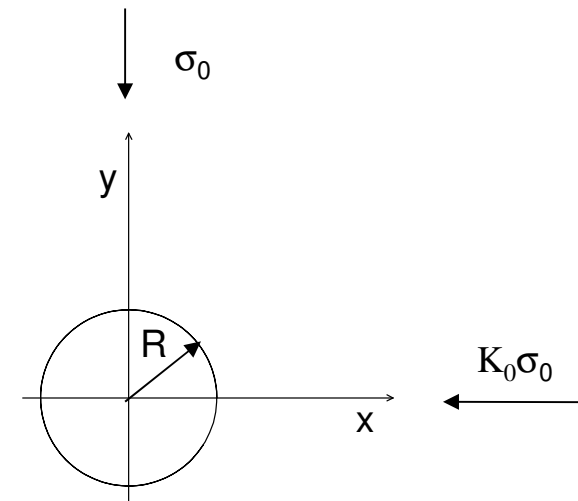
$$\Delta \sigma_R = -\frac{1}{2} \lambda \left( (1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\Delta \tau_{r\theta}^0 = -\frac{1}{2} \lambda \left( (1 - K_0) \sin 2\theta \right) \sigma_0$$

$$\Delta \sigma_r = -\frac{1}{2} \lambda \sigma_0 \left( (1 + K_0) \frac{R^2}{r^2} + (1 - K_0) \left( -\frac{4R^2}{r^2} + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right)$$

$$\Delta \sigma_\theta = \frac{1}{2} \lambda \sigma_0 \left( (1 + K_0) \frac{R^2}{r^2} + 3(1 - K_0) \frac{R^4}{r^4} \cos 2\theta \right)$$

$$\Delta \tau_{r\theta} = \frac{1}{2} \lambda \sigma_0 (1 - K_0) \left( \frac{2R^2}{r^2} - \frac{3R^4}{r^4} \right) \sin 2\theta$$



$$\Delta u_r = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) \left( (1+K_0) \frac{R^2}{r} + (1-K_0) \left( \frac{R^4}{r^3} - 4(1-\nu) \frac{R^2}{r} \right) \cos 2\theta \right)$$

$$\Delta u_\theta = \frac{1}{2} (1-K_0) \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) \left( \frac{R^4}{r^3} + 2(1-2\nu) \frac{R^2}{r} \right) \sin 2\theta$$

à la paroi en  $r=R$ :

$$\frac{\Delta u_r}{R} = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) \left( (1+K_0) - (1-K_0)(3-4\nu) \cos 2\theta \right)$$

$$\frac{\Delta u_\theta}{R} = \frac{1}{2} (1-K_0) \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) (3-4\nu) \sin 2\theta$$

pour  $\theta = 0$

$$\frac{\Delta u_r}{R} = \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) (2(1-\nu)K_0 - (1-2\nu))$$

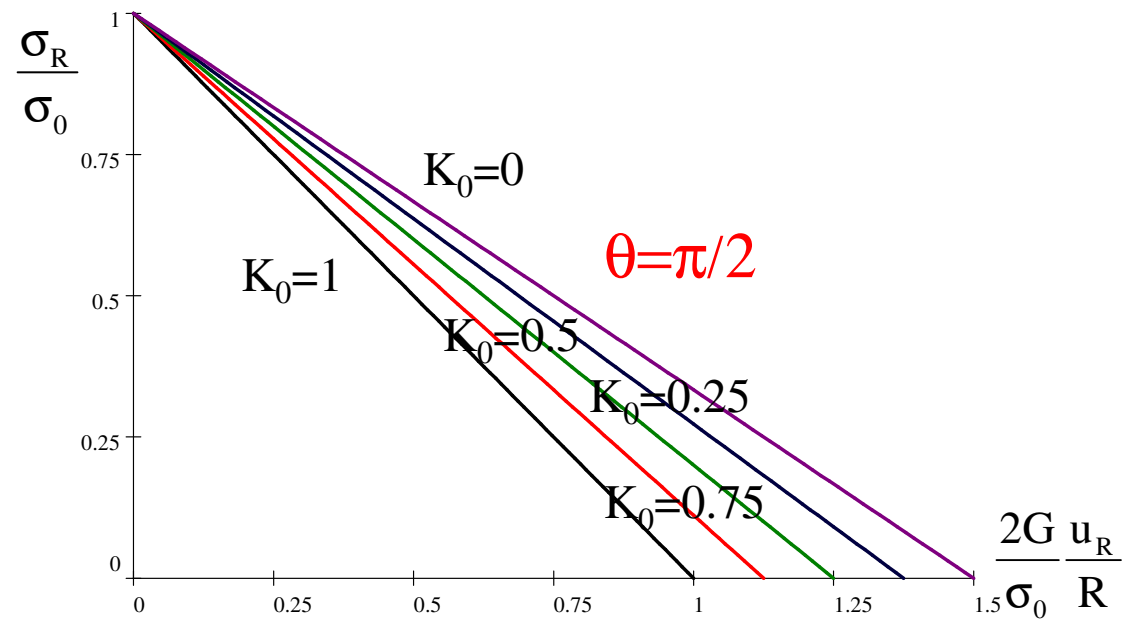
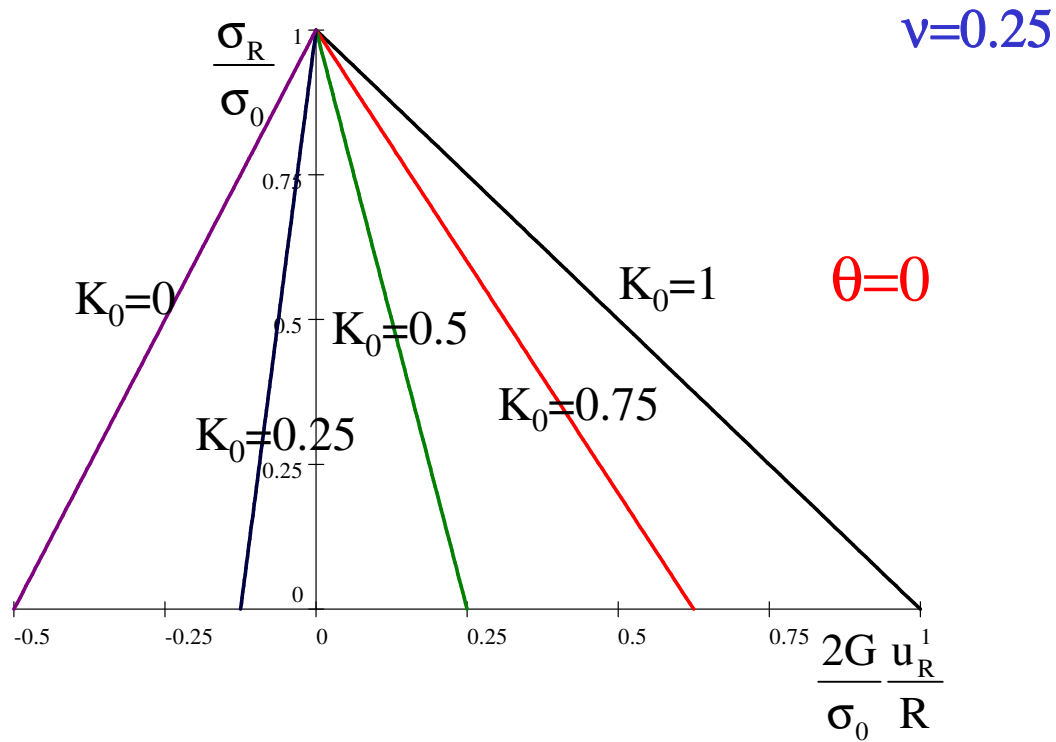
si  $K_0 > \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$ , il y a convergence des parois

si  $K_0 < \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$ , il y a divergence des parois

pour  $\theta = \pi/2$

$$\frac{\Delta u_r}{R} = \left( \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \right) (2(1-\nu) - (1-2\nu)K_0)$$

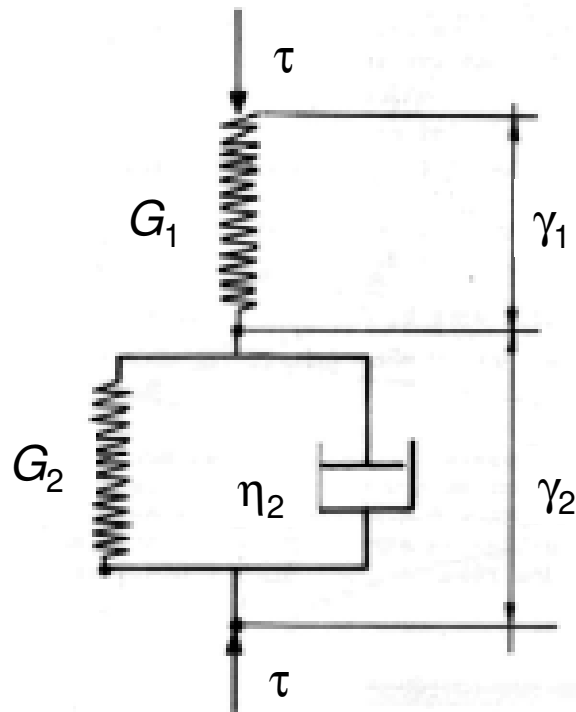
convergence des parois



## Tunnel creusé dans un milieu viscoélastique

Etat initial de contraintes homogène isotrope

Comportement déviatorique viscoélastique linéaire suivant le modèle de Kelvin-Voigt



$$T_0 = \frac{\eta_2}{G_1 + G_2} \text{ temps de relaxation}$$

$$T = \frac{\eta_2}{G_2} \text{ temps de fluage}$$



Déplacement à la paroi d'un tunnel creusé dans un milieu élastique

$$u = \lambda \frac{\sigma_0}{2G} R$$

Déplacement à la paroi d'un tunnel creusé dans un milieu viscoélastique

$$2G_0 \left( \frac{1}{T} + \frac{d}{dt} \right) \left( \frac{u}{R} \right) = \left( \frac{1}{T_0} + \frac{d}{dt} \right) (\lambda \sigma_0)$$

$\lambda$  est une fonction du temps qui décrit l'avancement du front de taille

$x$ : distance au front

$$\lambda(x) = \lambda_0 + (1 - \lambda_0) (1 - \exp(-x / X))$$

$V_a$ : vitesse d'avancement du front de taille  $x = V_a t$

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= \lambda_0 + (1 - \lambda_0)(1 - \exp(-V_a t / X)) \\ &= \lambda_0 + (1 - \lambda_0)(1 - \exp(-t / T_a))\end{aligned}$$

$T_a = \frac{X}{V_a}$  caractérise la vitesse d'avancement du front et sa distance d'influence

$$u = u_\infty - A \exp\left(-\frac{x}{X}\right) - B \exp\left(-\frac{t}{T}\right)$$

$$u_\infty = \frac{\sigma_0 R}{2G_\infty};$$

$$A = \frac{\sigma_0 R}{2G_0} (1 - \lambda_0) \frac{T / T_a - G_0 / G_\infty}{T / T_a - 1};$$

$$B = \frac{\sigma_0 R}{2G_0} (G_0 / G_\infty - 1) \left( \frac{T / T_a - \lambda_0}{T / T_a - 1} \right)$$

## Critères usuels de plasticité pour les roches

Critère de Tresca:  $\tau = C$

$$\sigma_1 - \sigma_3 - 2C = 0$$

$\sigma_1$ : contrainte principale majeure (positive en compression)

$\sigma_3$ : contrainte principale mineure

C: cohésion

Critère de Mohr-Coulomb:  $\tau = \sigma_n \tan \phi + C$

$$\sigma_1 - K_p \sigma_3 - \sigma_c = 0 \quad K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} ; \sigma_c = \frac{2C \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

Critère parabolique de Hoek et Brown:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \left( m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2}$$

## Développement d'une zone plastique autour d'un tunnel

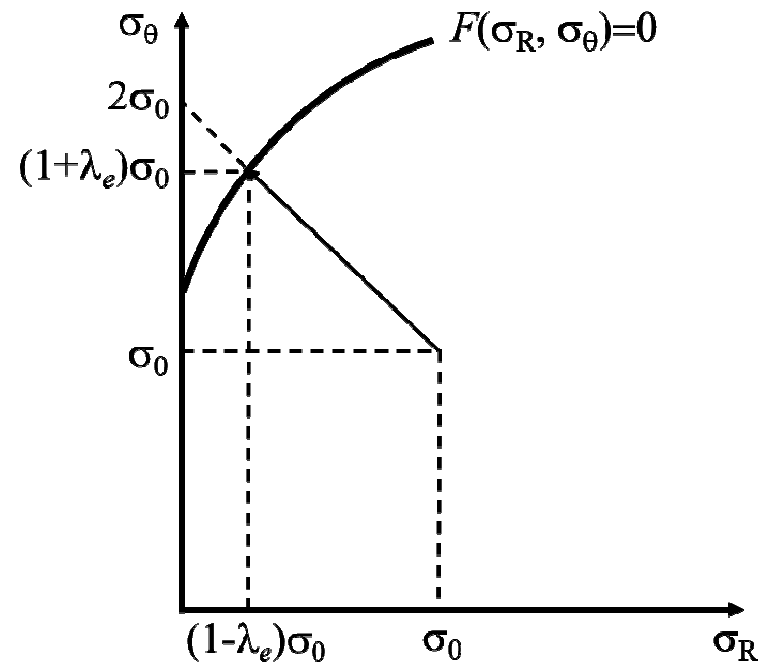
Dans le domaine élastique à la paroi du tunnel

$$\sigma_R = (1 - \lambda)\sigma_0$$
$$\sigma_\theta = (1 + \lambda)\sigma_0$$

Critère de plasticité  $F(\sigma_1, \sigma_3) = 0$

Le critère de plasticité est atteint à la paroi pour un taux de déconfinement  $\lambda_e$  tel que:

$$F((1 + \lambda_e)\sigma_0, (1 - \lambda_e)\sigma_0) = 0$$

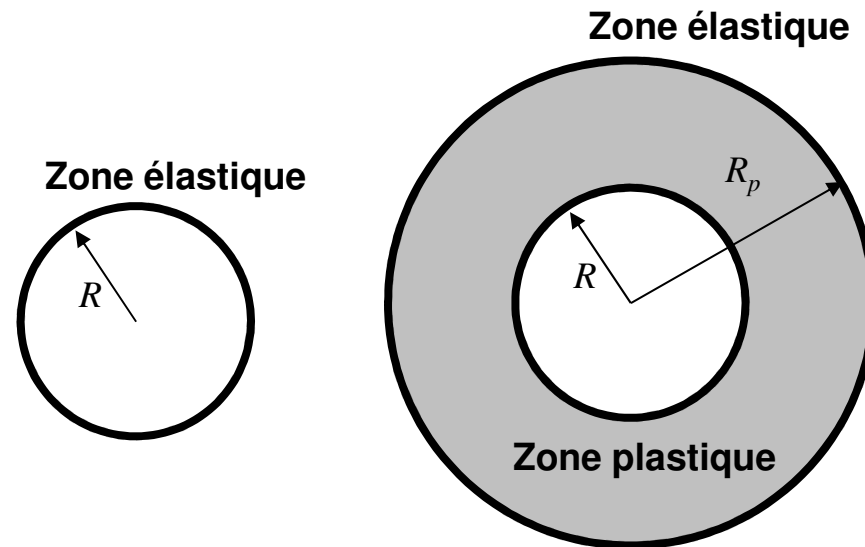


## Taux de déconfinement à l'apparition de la plasticité

Critère de Tresca:  $\lambda_e = \frac{C}{\sigma_0}$

Critère de Mohr-Coulomb:  $\lambda_e = \frac{1}{K_p + 1} \left( K_p - 1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right) = \sin \phi + (1 - \sin \phi) \frac{\sigma_c}{2\sigma_0}$

Critère d'Hoek et Brown:  $\lambda_e = \frac{\sigma_c}{8\sigma_0} \left[ \sqrt{m^2 + 16m \frac{\sigma_0}{\sigma_c} + 16s} - m \right]$



$0 < \lambda < \lambda_e$

$\lambda_e < \lambda < 1$

## Nombre de stabilité $N$

$$N = \frac{2\sigma_0}{\sigma_c} \text{ pour un état initial de contraintes isotrope}$$

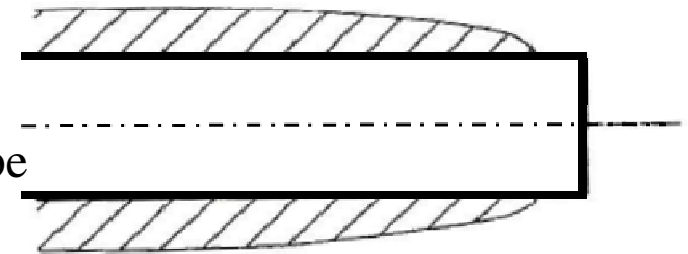
$$N = \frac{3\sigma_0^1 - \sigma_0^3}{\sigma_c} \text{ pour un état initial de contraintes anisotrope}$$

Si  $N < 1$ , il n'y a pas de zone plastique.

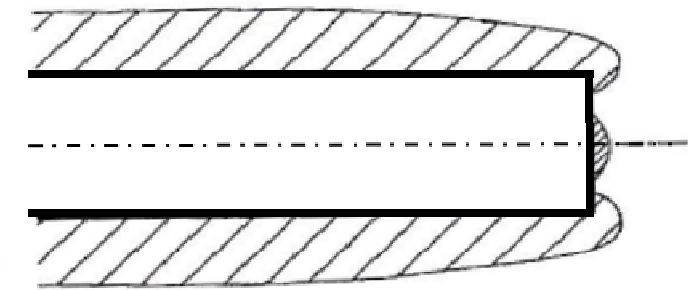
Si  $1 < N < 2$ , une zone plastique apparaît derrière le front de taille

Si  $2 < N < 5$ , la zone plastique commence à se développer au voisinage du front de taille.

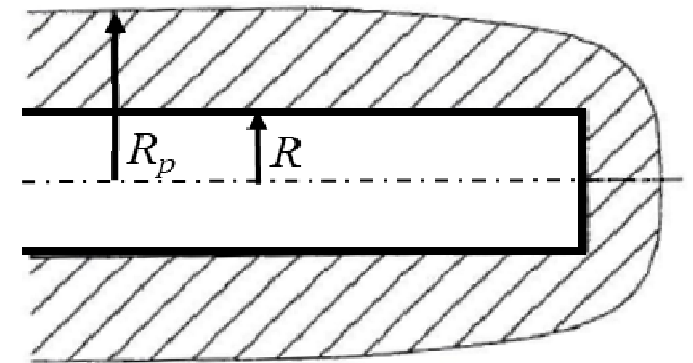
Si  $N > 5$ , le front de taille est inclus dans la zone plastique qui se développe en avant du front de taille. Il faut alors faire appel aux techniques de présoutènement et de confinement du front de taille.



$N < 2$



$2 < N < 5$



$N > 5$

Pour  $\lambda > \lambda_e$  une zone plastique se développe autour du tunnel

## Equations du problème:

Equation d'équilibre:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

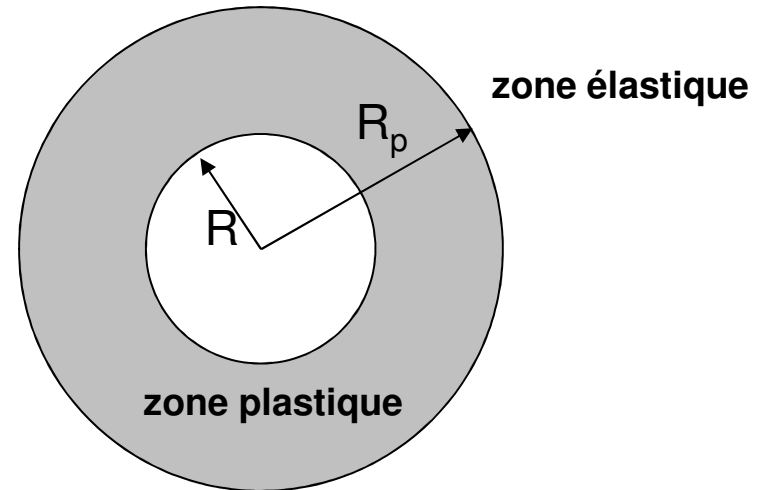
Critère de plasticité:

$$F(\sigma_\theta, \sigma_r) = 0$$

Conditions aux limites:

$$\text{Pour } r=R \quad \sigma_r|_{r=R} = (1-\lambda)\sigma^0$$

$$\text{Pour } r=R_p \quad \sigma_r|_{r=R_p} = (1-\lambda_e)\sigma^0$$



## Comportement élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb:

$$\text{Critère de plasticité: } \sigma_{\theta} - K_p \sigma_r - \sigma_c = 0$$

$$\text{Loi d'écoulement: } \beta \Delta \varepsilon_{\theta}^p + \Delta \varepsilon_r^p = 0$$

$\psi$ : angle de dilatance

$$\beta: \text{ paramètre de dilatance: } \beta = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi}$$

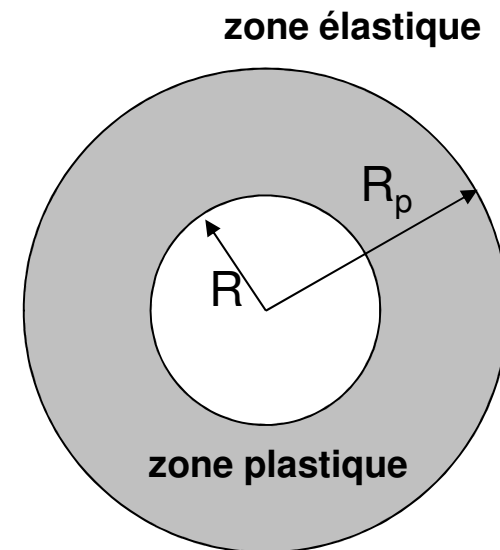
Pour  $R \leq r \leq R_p$  (zone plastique)

$$\sigma_r = \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \left[ \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1} - 1 \right] + (1 - \lambda) \sigma^0 \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \left[ K_p \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1} - 1 \right] + K_p (1 - \lambda) \sigma^0 \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1}$$

Rayon de la zone plastique

$$\frac{R_p}{R} = \left[ \frac{2}{K_p + 1} \frac{(K_p - 1) \sigma^0 + \sigma_c}{(1 - \lambda)(K_p - 1) \sigma^0 + \sigma_c} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}}$$





Décomposition des déformations en une partie élastique et une partie plastique:

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} = \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p$$

Equation de compatibilité des déformations:

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta}{r}$$

$$\varepsilon_r = -\frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} + \Delta \varepsilon_r ; \varepsilon_\theta = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} + \Delta \varepsilon_\theta$$

Conditions aux limites (continuité du champ de déformation à la frontière élasto-plastique):

$$\text{Pour } r=R_p \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_r|_{r=R_p} = -\frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} \\ \text{et } \varepsilon_\theta|_{r=R_p} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} \end{array} \right.$$

Si on néglige les incréments de déformations élastiques dans la zone plastique:

pour  $R \leq r \leq R_p$

$$\frac{u}{r} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2(\beta+1)G} \left[ 2 \left( \frac{R_p}{r} \right)^{\beta+1} + \beta - 1 \right]$$

$$\text{à la paroi: } r = R : \frac{u}{R} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2(\beta+1)G} \left[ 2 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{\beta+1} + \beta - 1 \right]$$

## Solution complète

$$\frac{u}{r} = \lambda_e \frac{\sigma_0}{2G} \left[ F_1 + F_2 \left( \frac{r}{R_p} \right)^{K_p - 1} + F_3 \left( \frac{R_p}{r} \right)^{\beta + 1} \right]$$

où :

$$F_1 = -(1 - 2\nu) \frac{K_p + 1}{K_p - 1}$$

$$F_2 = 2 \frac{1 + K_p \beta - \nu (K_p + 1)(\beta + 1)}{(K_p - 1)(K_p + \beta)}$$

$$F_3 = 2(1 - \nu) \frac{K_p + 1}{K_p + \beta}$$

à la paroi :

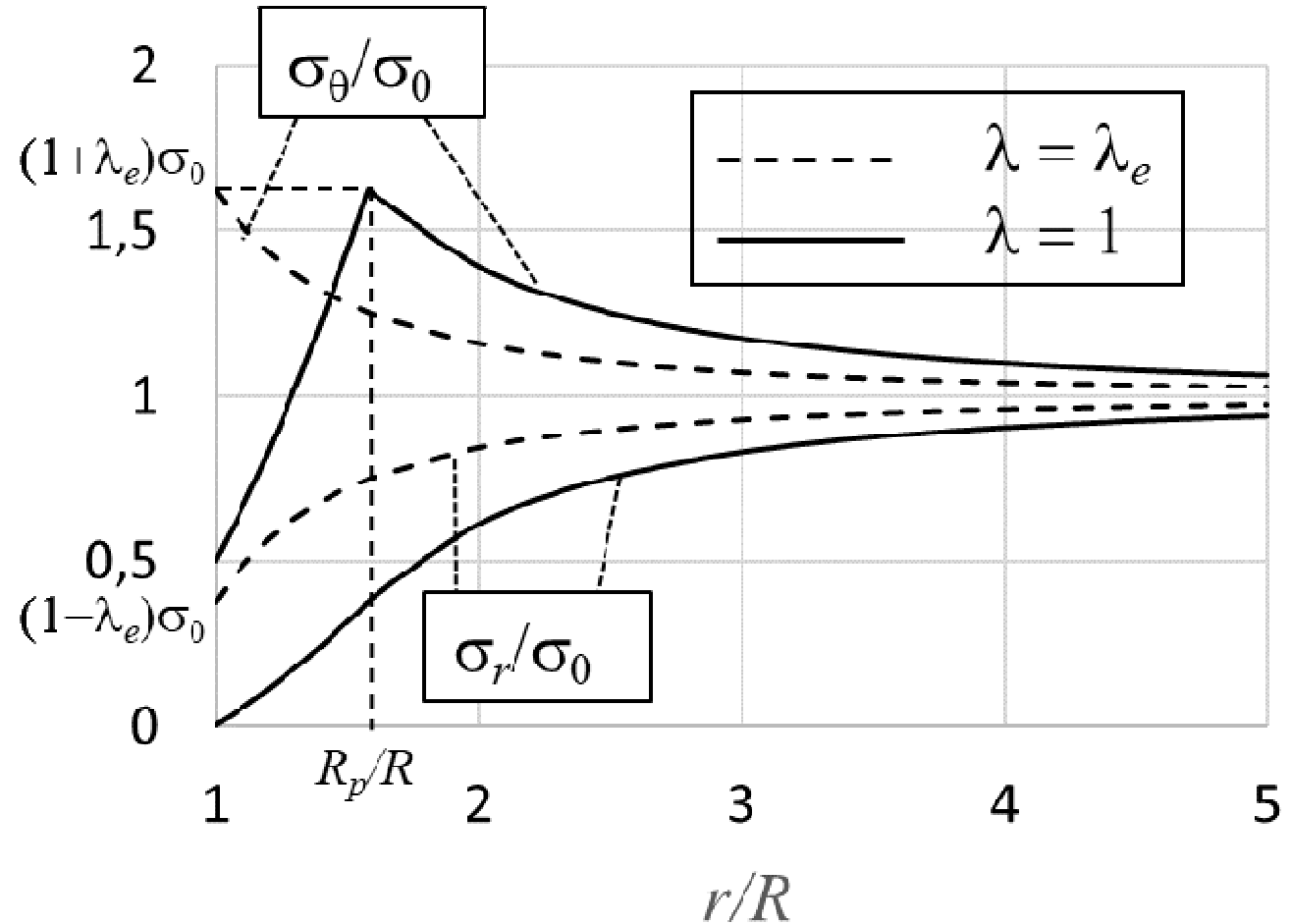
$$\frac{u_R}{R} = \lambda_e \frac{\sigma_0}{2G} \left[ F_1 + F_2 \left( \frac{R}{R_p} \right)^{K_p - 1} + F_3 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{K_p + 1} \right]$$

Pour  $r \geq R_p$  (zone élastique)

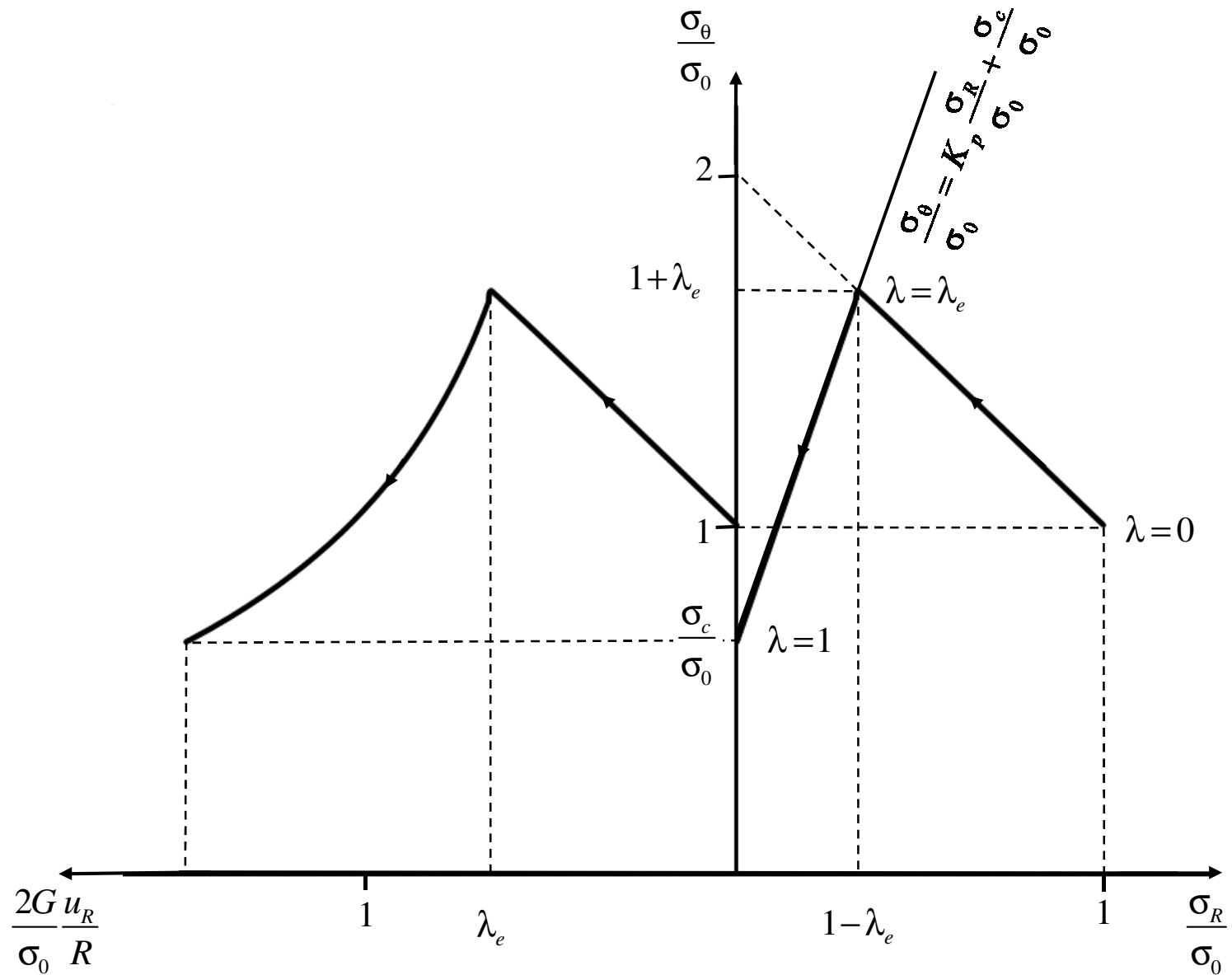
$$\sigma_r = (1 - \lambda_e \frac{R_p^2}{r^2}) \sigma_0$$

$$\sigma_\theta = (1 + \lambda_e \frac{R_p^2}{r^2}) \sigma_0$$

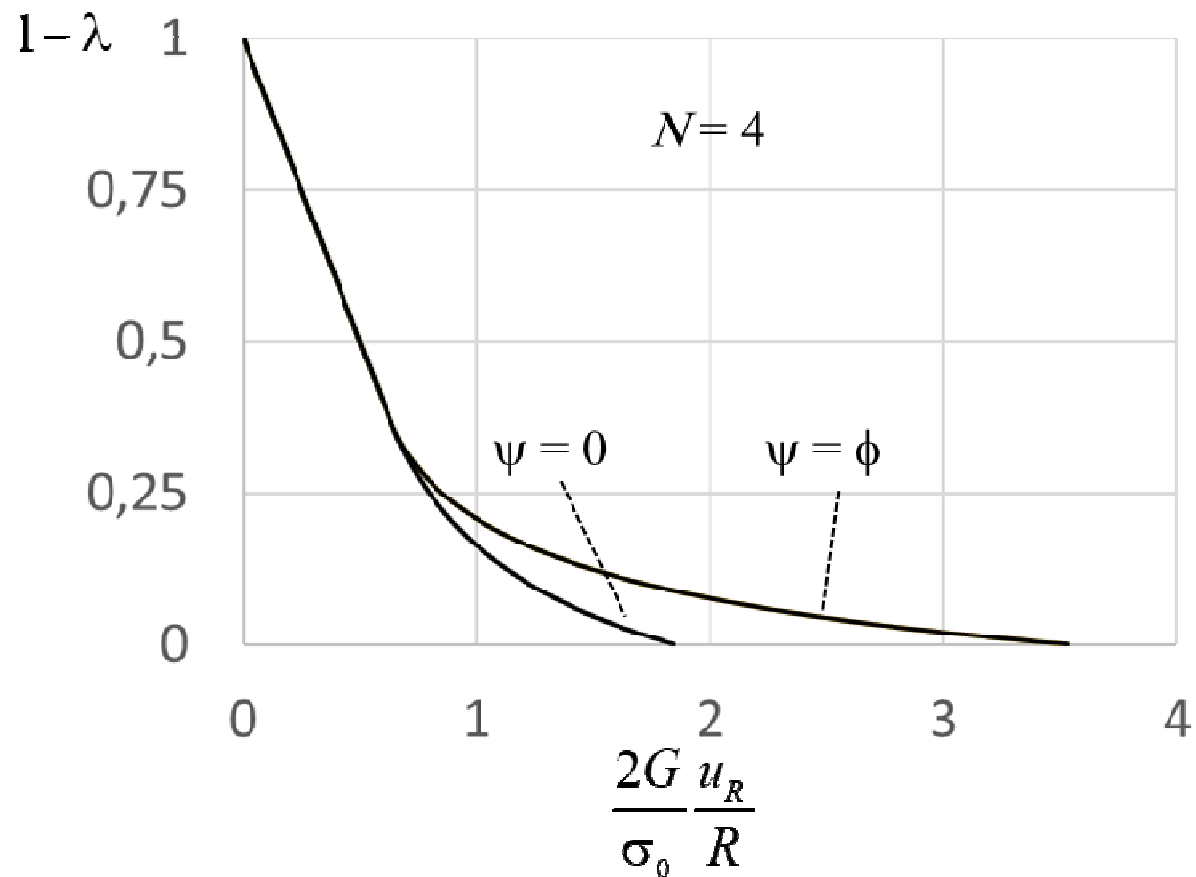
$$u = \lambda_e \frac{\sigma_0}{2G} \frac{R_p^2}{r}$$



# Chemins de contraintes et de déformation à la paroi du tunnel



Exemple de courbe de convergence d'un tunnel en milieu élastoplastique – Critère de Mohr Coulomb – Influence de l'angle de dilatance



## Comportement élastoplastique parfait avec critère de Hoek et Brown

On utilise la forme normalisée du critère de Hoek & Brown

$$S_\theta = S_r + \sqrt{S_r} \quad \text{avec} \quad S_r = \frac{\sigma_r}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}; \quad S_\theta = \frac{\sigma_\theta}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}$$

Equation d'équilibre :

$$\frac{dS_r}{dr} - \frac{\sqrt{S_r}}{r} = 0$$

Conditions aux limites :

$$\text{Pour } r=R \quad S_r|_{r=R} = S_i$$

$$\text{Pour } r=R_p \quad S_r|_{r=R_p} = S_r^*$$

$$\text{avec : } S_i = \frac{(1-\lambda)\sigma_0}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}; \quad S_r^* = \frac{(1-\lambda_e)\sigma_0}{m\sigma_c} + \frac{s}{m^2}$$

Solution :

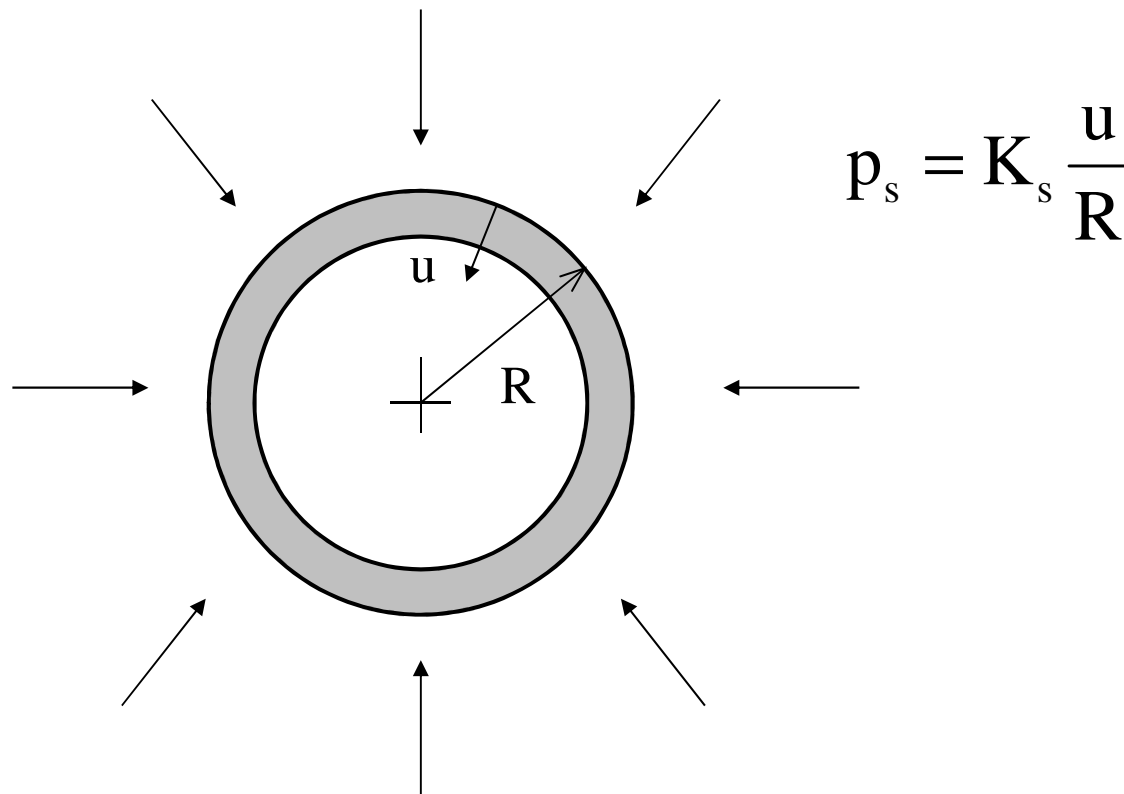
Pour  $R \leq r \leq R_p$  (zone plastique)

$$S_r = \left( \sqrt{S_i} + \frac{1}{2} \text{Ln} \left( \frac{r}{R} \right) \right)^2 \quad ; \quad S_\theta = S_r + \sqrt{S_r} \quad ; \quad \frac{R_p}{R} = \exp \left[ 2 \left( \sqrt{S_r^*} - \sqrt{S_i} \right) \right]$$

# COMPORTEMENT MECANIQUE DES SOUTÈNEMENTS

On assimile la plupart des soutènements à une coque mince élastique cylindrique d'épaisseur  $e$  et de rigidité normale  $K_s$

Cas d'une symétrie de révolution



Equation d'équilibre: 
$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

Loi de comportement élastique:

$$\sigma_r = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ (1-\nu_s)\varepsilon_r + \nu_s\varepsilon_\theta \right] = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ (1-\nu_s)\frac{du}{dr} + \nu_s\frac{u}{r} \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ \nu_s\varepsilon_r + (1-\nu_s)\varepsilon_\theta \right] = \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \left[ \nu_s\frac{du}{dr} + (1-\nu_s)\frac{u}{r} \right]$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dr} \left( \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) = 0$$

Solution générale: 
$$u = Ar + \frac{B}{r}$$



Conditions limites: pour  $r=R$ ,  $\sigma_r = p_s$

pour  $r=R-e$ ,  $\sigma_r = 0$

$$A = \frac{(1-2\nu_s)(1+\nu_s)R^2}{E_s(R^2 - (R-e)^2)} p_s ; B = \frac{(1+\nu_s)R^2(R-e)^2}{E_s(R^2 - (R-e)^2)} p_s$$

Déplacement en  $r=R$  avec  $e \ll R$   $u_s = \frac{(1-\nu_s)^2 R^2}{eE_s} p_s$

$$p_s = K_s \frac{u}{R} \text{ avec } K_s = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{e}{R}$$

## RIGIDITE NORMALE ET RIGIDITE A LA FLEXION D'UNE COQUE CYLINDRIQUE CIRCULAIRE

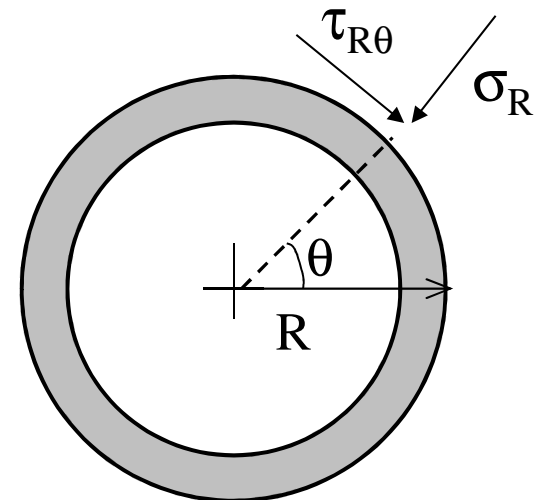
$$\sigma_R = K_s \left( \frac{u}{R} + \frac{1}{R} \frac{dv}{d\theta} \right) + K_f \left( \frac{1}{R} \frac{d^4 u}{d\theta^4} + \frac{2}{R} \frac{d^2 u}{d\theta^2} + \frac{u}{R} \right)$$

$$\tau_{R\theta} = -K_s \left( \frac{1}{R} \frac{du}{d\theta} + \frac{1}{R} \frac{d^2 v}{d\theta^2} \right)$$

$\sigma_R$  et  $\tau_{R\theta}$  : contrainte radiale et contrainte de cisaillement qui s'exercent en un point de l'extrados du soutènement

u: déplacement radial

v: déplacement orthoradial



$K_s$ : module de rigidité normale  $K_s = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} \frac{e}{R}$

$K_f$ : module de rigidité en flexion  $K_f = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} \frac{I}{R}$  ;  $I = \frac{e^3}{12}$

I: module d'inertie de la section de la coque

$$\frac{K_f}{K_s} = \frac{1}{12} \left( \frac{e}{R} \right)^2 \ll 1 \text{ pour une coque mince}$$

Exemples:

anneau de béton de 0.4m d'épaisseur,  $E_s = 25000$  MPa,  $\nu_s = 0.15$

galerie de 10m de diamètre

$$K_s = 2046 \text{ MPa} \ ; \ K_f = 1.1 \text{ MPa}$$

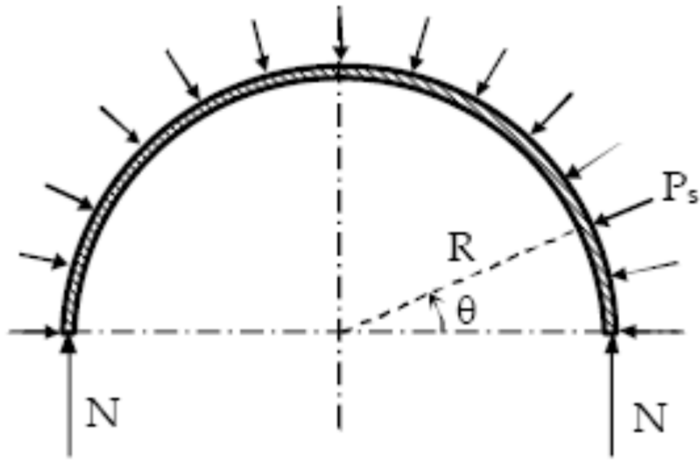
Effort normal N et moment fléchissant M dans une section du soutènement

$$\begin{cases} \frac{1}{R} N + \frac{1}{R^2} \frac{d^2 M}{d\theta^2} = \sigma_R \\ \frac{1}{R^2} \frac{dM}{d\theta} - \frac{1}{R} \frac{dN}{d\theta} = \tau_{R\theta} \end{cases}$$

$$\sigma_R = p + q \cos 2\theta ; \tau_{R\theta} = s \sin 2\theta$$

$$N = pR + \frac{1}{3}(2s - q)R \cos 2\theta ; M = \frac{1}{6}R^2 (s - 2q) \cos 2\theta$$

Contrainte normale dans la section du soutènement soumis à une pression uniforme  $p_s$



$$N = p_s R$$

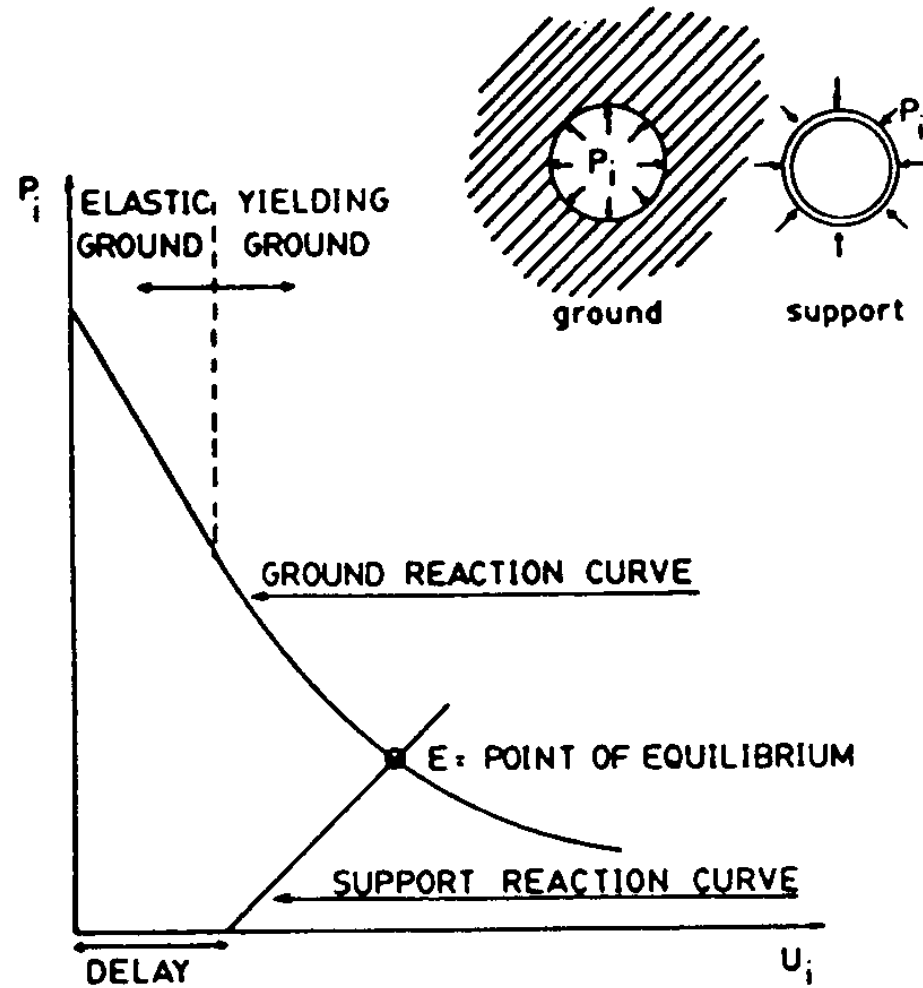
$$\sigma_N = \frac{N}{e} = p_s \frac{R}{e}$$

Soit  $\sigma_{sc}$  la résistance en compression du soutènement.

La condition de stabilité du soutènement s'écrit:

$$\sigma_N < \sigma_{sc} \Leftrightarrow p_s < \frac{e}{R} \sigma_{sc}$$

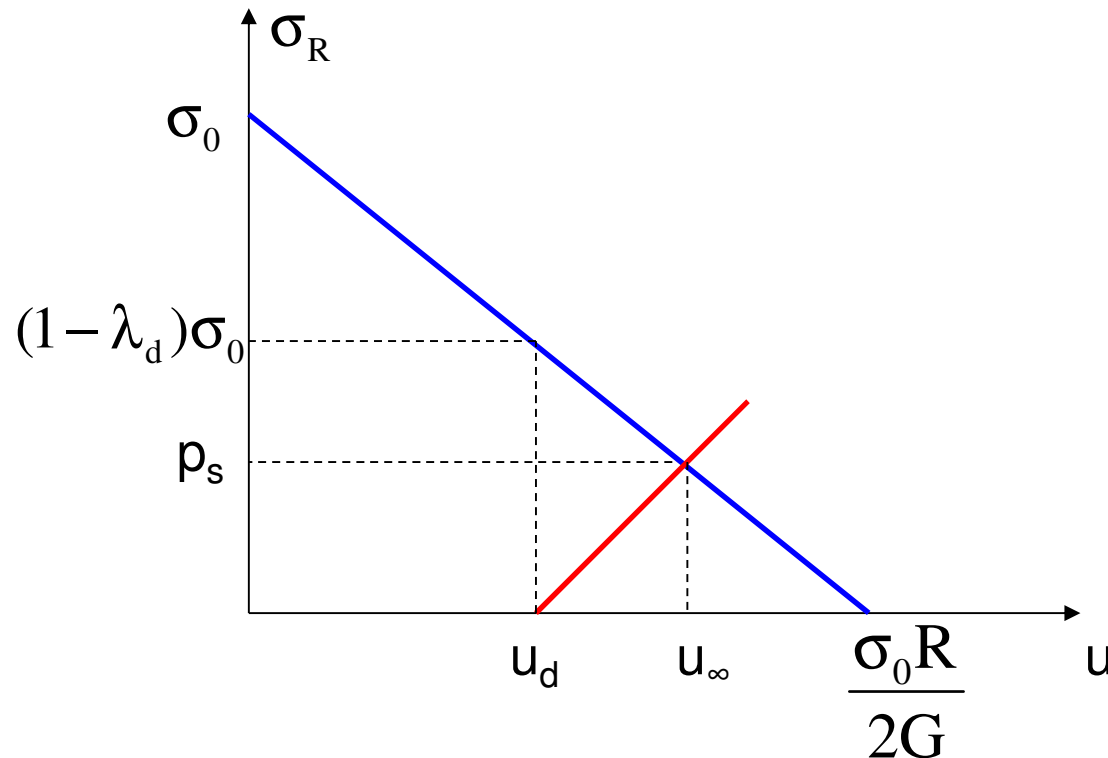
# APPLICATION DE LA METHODE CONVERGENCE- CONFINEMENT



Soutènement élastique de rigidité  $K_s$  mis en place à une distance  $d$  du front de taille

**Courbe caractéristique du soutènement**  $\sigma_R = K_s \frac{u - u_d}{R}$

**Courbe caractéristique du terrain supposé élastique isotrope**  $\sigma_R = \sigma_0 - 2G \frac{u}{R}$



# TERRAIN ELASTIQUE

A l'équilibre final

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0 + K_s u_d / R}{K_s + 2G} ; p_s = \frac{K_s (\sigma_0 - 2G u_d / R)}{K_s + 2G}$$

$$\frac{u_d}{R} = \lambda_d \frac{\sigma_0}{2G}$$

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0}{2G} \left( \frac{2G + K_s \lambda_d}{K_s + 2G} \right) ; p_s = \frac{K_s \sigma_0 (1 - \lambda_d)}{K_s + 2G}$$



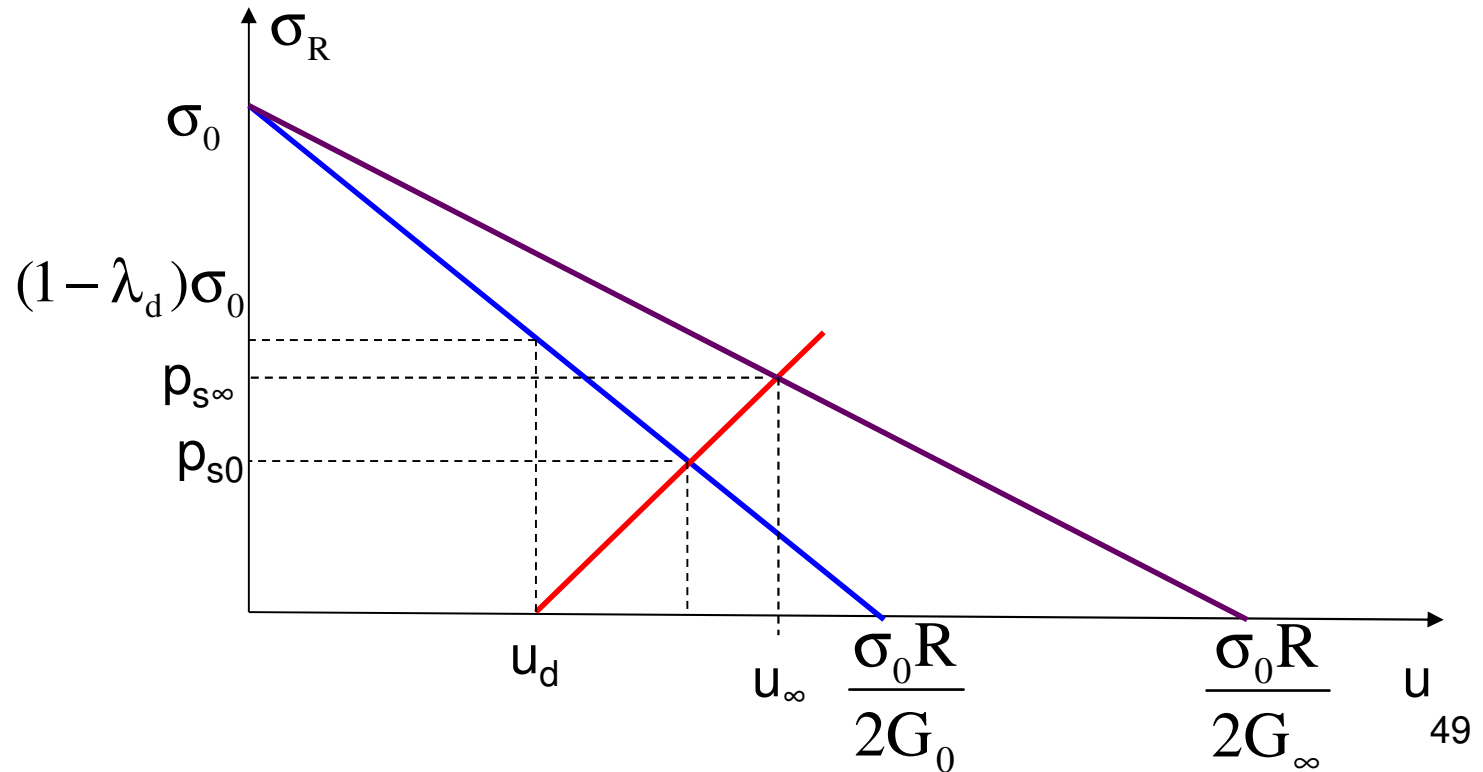
# TERRAIN VISCOELASTIQUE

Courbe caractéristique du terrain à court terme

$$\sigma_R = \sigma_0 - 2G_0 \frac{u}{R}$$

Courbe caractéristique du terrain à long terme

$$\sigma_R = \sigma_0 - 2G_\infty \frac{u}{R}$$



## TERRAIN VISCOELASTIQUE

A l'équilibre final (à long terme)

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0 + K_s u_d / R}{K_s + 2G_{\infty}}; p_s = \frac{K_s (\sigma_0 - 2G_{\infty} u_d / R)}{K_s + 2G_{\infty}}$$

$$\frac{u_d}{R} = \lambda_d \frac{\sigma_0}{2G_0}$$

$$\frac{u_{\infty}}{R} = \frac{\sigma_0}{2G_0} \left( \frac{2G_0 + K_s \lambda_d}{K_s + 2G_{\infty}} \right); p_s = \frac{K_s \sigma_0 (1 - \lambda_d G_{\infty} / G_0)}{K_s + 2G_{\infty}}$$

# TERRAIN ELASTOPLASTIQUE

Courbe caractéristique du terrain

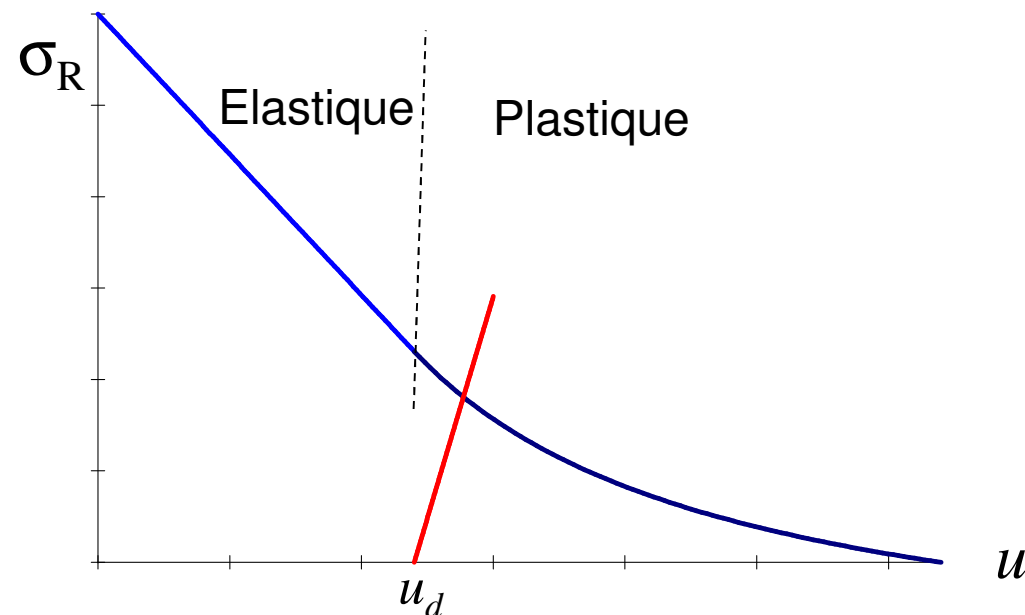
$$\frac{u}{R} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2(\beta+1)G} \left[ 2 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{\beta+1} + \beta - 1 \right] \quad (\text{solution approchée})$$

$$\frac{u}{R} = \frac{\lambda_e \sigma^0}{2G} \left[ F_1 + F_2 \left( \frac{R}{R_p} \right)^{K_p-1} + F_3 \left( \frac{R_p}{R} \right)^{\beta+1} \right] \quad (\text{solution exacte})$$

$$\frac{R_p}{R} = \left[ \frac{2}{K_p+1} \frac{(K_p-1)\sigma^0 + \sigma_c}{(K_p-1)\sigma_R + \sigma_c} \right]^{\frac{1}{K_p-1}} \quad (\text{Rayon de la zone plastique})$$

Courbe caractéristique du soutènement

$$\sigma_R = K_s \left( \frac{u}{R} - \frac{u_d}{R} \right)$$



# LIMITES DE LA METHODE CONVERGENCE- CONFINEMENT

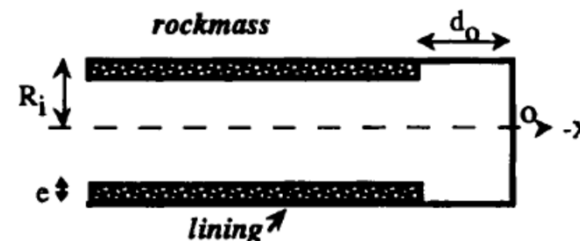
La méthode convergence-confinement permet un dimensionnement préliminaire du soutènement des tunnels.

Conditions d'application de la méthode :

- Excavation en pleine section circulaire
- Massif isotrope non fracturé sans plans de faiblesse

Limites de la méthode and nécessité des modélisations numériques 3D :

- Tunnels à faible profondeur sous un état de contraintes initiales anisotropes
- Excavation en sections divisées
- Mise en place d'un revêtement rigide près du front (terrains très faibles) :  
La courbe de réaction du terrain est influencée par la présence du revêtement



# Excavation dans un milieu élastique saturé

## Cylindre creux dans un milieu poroélastique isotrope saturé sous chargement isotrope

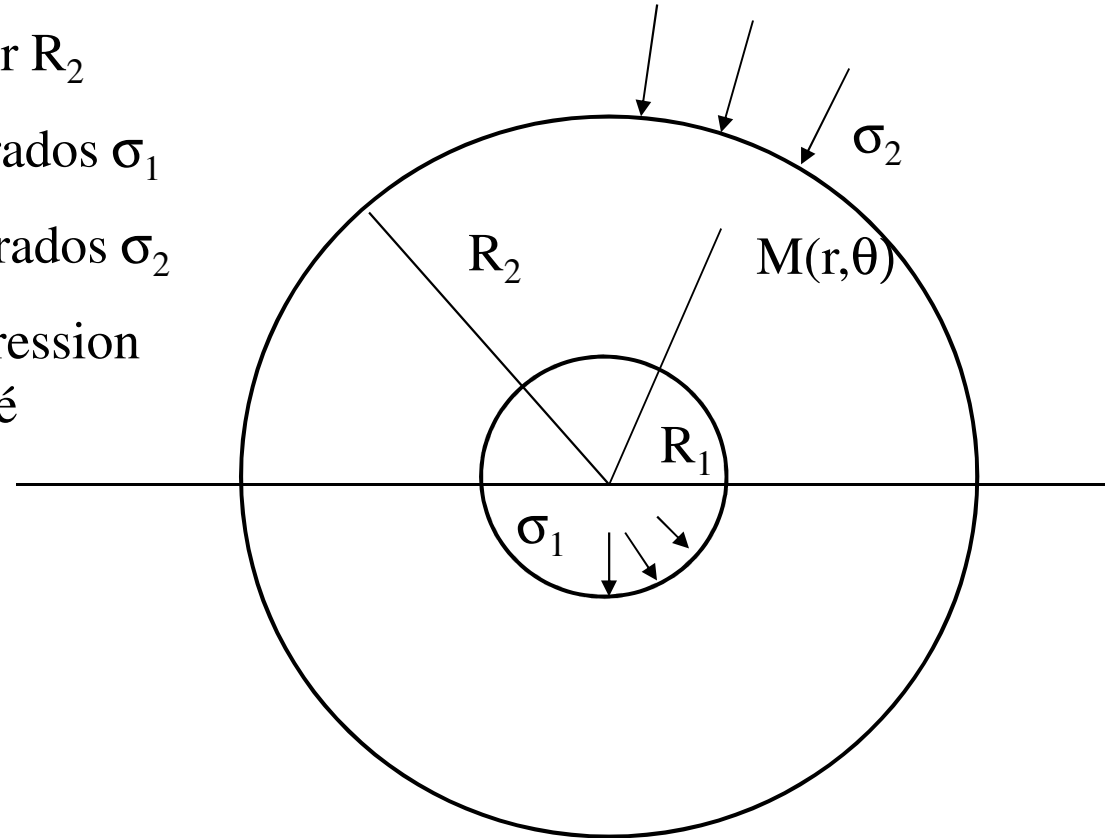
Rayon intérieur  $R_1$ , Rayon extérieur  $R_2$

Contrainte radiale appliquée à l'intrados  $\sigma_1$

Contrainte radiale appliquée à l'extrados  $\sigma_2$

Conditions limites hydrauliques : pression interstitielle imposée ou flux imposé

Symétrie cylindrique



$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 \\ 0 & \sigma_\theta \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} \end{pmatrix}$$

$$p_f = p_f(r)$$

Condition initiale : à  $t = 0$ ,  $p_f(r) = p_0$

Equation d'équilibre : 
$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

Loi de comportement élastique : 
$$\sigma_r - b p_f = (\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r}$$

$$\sigma_\theta - b p_f = \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2G) \frac{u}{r}$$

Conservation de la masse fluide : 
$$\frac{\partial m_f}{\partial t} + \text{div} \vec{q} = 0$$

Loi de Darcy : 
$$\vec{q} = -\rho_f \frac{k}{\eta} \text{grad}(p_f)$$

$$\frac{\partial m_f}{\partial t} = \rho_f \frac{k}{\eta} \nabla^2 (p_f)$$

en régime permanent : 
$$\nabla^2 (p_f) = 0$$

## Champs de pression en régime permanent :

$$\nabla^2 (p_f) = \frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_f}{\partial r} = 0$$

### Solution générale :

$$p_f(r) = C_1 \ln r + C_2$$

### Conditions limites :

- non drainé à l'intrados (court terme)

$$\left. \frac{\partial p_f}{\partial r} \right|_{r=R_1} = 0 \text{ et } p_f(R_2) = p_0 \quad \rightarrow \quad p_f(r) = p_0 \text{ (pression fluide constante)}$$

- drainé à l'intrados (long terme)

$$p_f(R_1) = p_i \text{ et } p_f(R_2) = p_0 \quad \rightarrow \quad p_f(r) = p_i + \frac{p_0 - p_i}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \frac{r}{R_1}$$



Equation d'équilibre + équations de comportement poroélastique :

$$\rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{b}{\lambda + 2G} \frac{\partial p_f}{\partial r} = 0$$

Solution générale :

$$\Delta p_f(r) = p_f(r) - p_0$$

$$u = C_3 r + \frac{C_4}{r} - \frac{b}{\lambda + 2G} \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \rho \Delta p_f(\rho) d\rho$$

$$\sigma_r = 2C_3(\lambda + G) - 2C_4 G \frac{1}{r^2} + 2b \frac{G}{\lambda + 2G} \frac{1}{r^2} \int_{R_1}^r \rho \Delta p_f(\rho) d\rho$$

$$\sigma_\theta = 2C_3(\lambda + G) + 2C_4 G \frac{1}{r^2} - 2b \frac{G}{\lambda + 2G} \frac{1}{r^2} \int_{R_1}^r \rho \Delta p_f(\rho) d\rho + 2b \frac{G}{\lambda + 2G} \Delta p_f$$

Conditions limites : pour  $r=R_1$ ,  $\sigma_r = \sigma_1$

pour  $r=R_2$ ,  $\sigma_r = \sigma_2$

à court terme (non drainé) avec  $R_2 \gg R_1$ ,  $\sigma_2$  noté  $\sigma_0$

$$\sigma_r = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_1) \left( \frac{R_1}{r} \right)^2 ,$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_1) \left( \frac{R_1}{r} \right)^2$$

$$p_f = p_0 ,$$

$$u = \frac{1}{2G} (\sigma_0 - \sigma_1) \frac{R_1^2}{r}$$

Pour un massif isotrope élastique sous contrainte initiale isotrope

- pas de surpression fluide
- contrainte moyenne constante
- pas de déformation volumique

**A la paroi:**

$$p_w = p_{w0}$$

$$\sigma_r = \sigma_1$$

$$\sigma_\theta = 2\sigma_0 - \sigma_1$$

$$\frac{u}{R_1} = \frac{1}{2G} (\sigma_0 - \sigma_1)$$

Déviateur maximal à la paroi

à long terme (régime stationnaire drainé) :

On fait l'hypothèse qu'au-delà d'un rayon  $R_d \gg R_1$  (rayon de drainage) la pression fluide est constante et égale à  $p_{w0}$

$$\sigma_r = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_i) \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i) \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \frac{\ln \frac{r}{R_d}}{\ln \frac{R_d}{R}} \right]$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_i) \left( \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i) \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{\ln \frac{r}{R_d}}{\ln \frac{R_d}{R}} \right]$$

$$\sigma_z = \sigma_0 - \frac{1-2\nu}{1-\nu} b(p_0 - p_i) \frac{\ln \frac{R_d}{r}}{\ln \frac{R_d}{R}}$$

$$2G \frac{\Delta u}{r} = (\sigma_0 - \sigma_i) \left( \frac{R}{r} \right)^2 - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i) \frac{1}{\ln \frac{R_d}{R}} \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \ln \frac{r}{R_d} \right]$$

à la paroi,  $r = R$ ,  $R_d \gg R$ ,  $\frac{\Delta u}{R} = \frac{1}{2G} (\sigma_0 - \sigma_i) + \frac{1}{2G} \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i)$

$$\sigma_\theta - \sigma_r = 2(\sigma_0 - \sigma_i) - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b(p_0 - p_i)$$

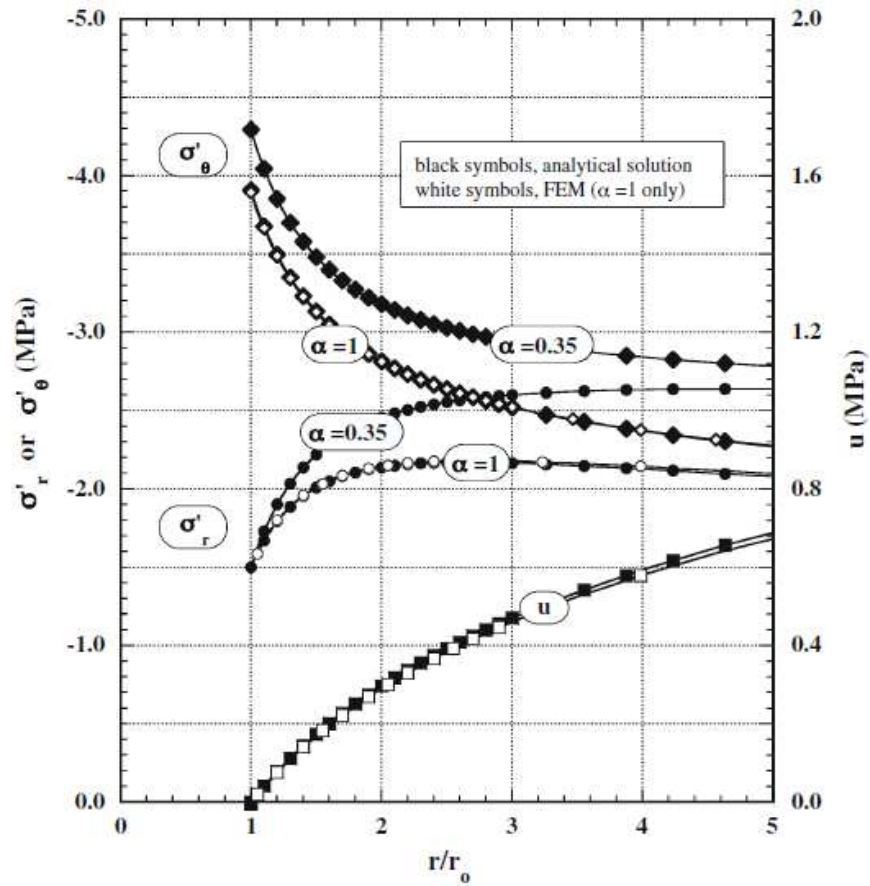


Fig. 4 Effective stresses and pore pressures for long term with full drainage ( $u_i = 0$ ). Elastic solution:  $r_o = 3$  m,  $\sigma_i = 1.5$  MPa,  $\sigma_o = 3$  MPa,  $u_o = 1.5$  MPa,  $R = 100$  m,  $E = 850$  MPa,  $\nu = 0.35$

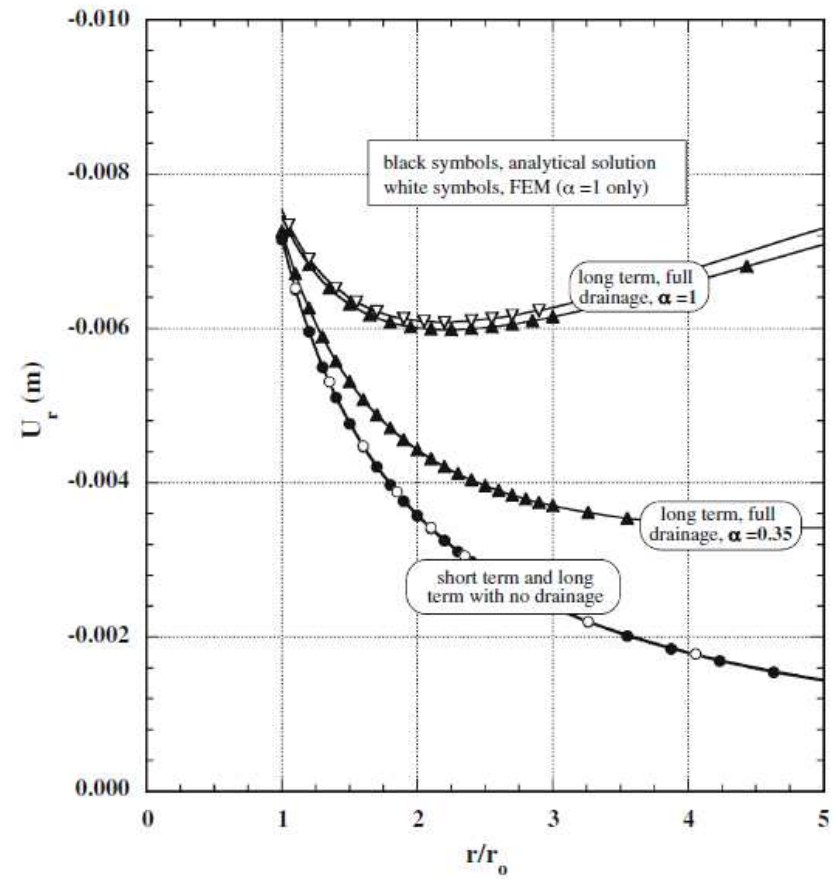


Fig. 5 Radial displacements for full drainage ( $u_i = 0$ ) and no drainage ( $u_i = u_o$ ). Elastic solution:  $r_o = 3$  m,  $\sigma_i = 1.5$  MPa,  $\sigma_o = 3$  MPa,  $u_o = 1.5$  MPa,  $R = 100$  m,  $E = 850$  MPa,  $\nu = 0.35$

## Application de la méthode convergence-confinement pour un massif saturé élastique

Courbe de confinement du soutènement (SCC) :

$$p_s = K_s \left( \frac{u_R}{R} - \frac{u_d}{R} \right)$$

Courbe de convergence du terrain (GRC) :

$$\text{non drainé (court terme) : } \sigma_i = \sigma_0 - 2G \frac{u_R}{R}$$

$$\text{drainé (long terme) : } \sigma_i = \sigma_0 - 2G \frac{u_R}{R} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} b (p_0 - p_i)$$

## Application de la méthode convergence-confinement pour un massif saturé élastique

On suppose que l'excavation est suffisamment rapide par rapport au temps caractéristique de drainage du massif pour que l'on puisse considérer des conditions non drainées

$$u_d = \lambda_d \frac{\sigma_0}{2G}$$

$$\text{Soutènement imperméable : } p_s = \frac{K_s}{K_s + 2G} \sigma_0 (1 - \lambda_d)$$

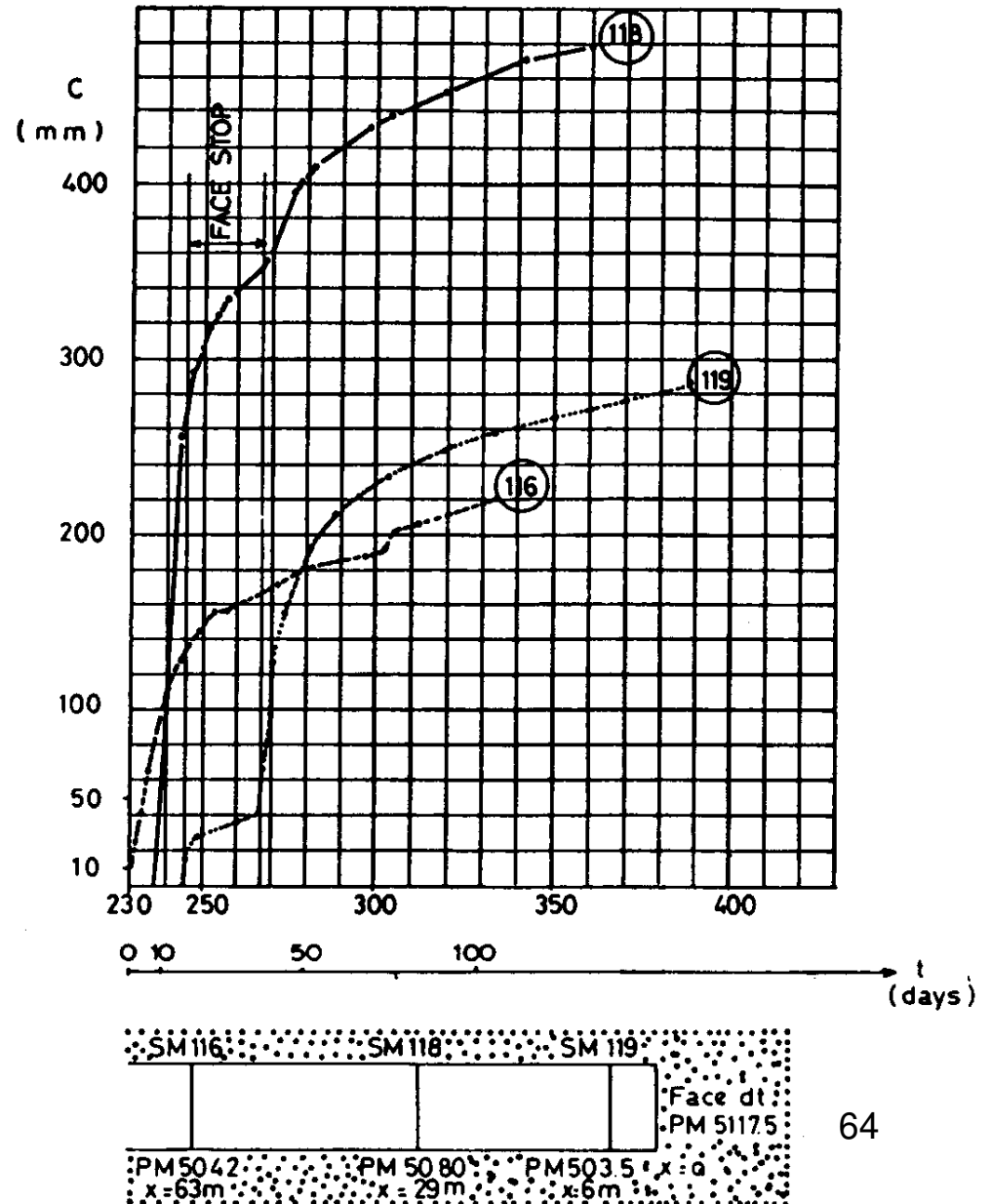
$$\text{Soutènement perméable : } p_s = \frac{K_s}{K_s + 2G} \left( \sigma_0 (1 - \lambda_d) + \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} b p_0 \right)$$

# Analyse des courbes de convergence

## Comportement différé

Le comportement différé du massif a un impact significatif sur la stabilité des excavations souterraines. Dans de nombreuses études de cas, la convergence et les contraintes dans les revêtements du tunnel augmentent pendant des mois ou des années après l'excavation.

Exemple : Fréjus Tunnel entre Modane (France) et Bardonecchia (Italie)



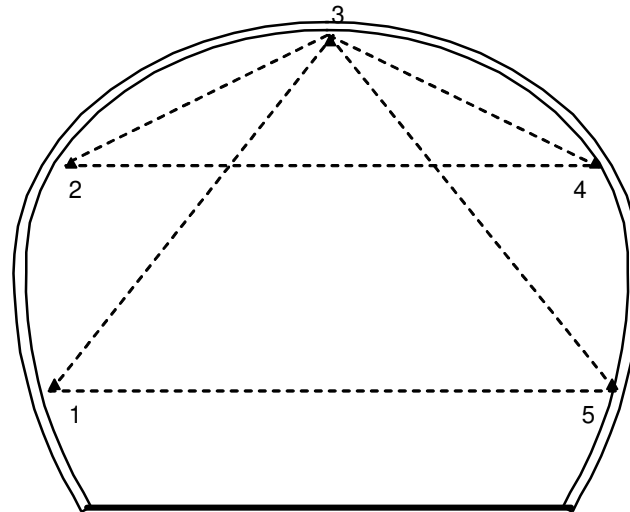


# ANALYSE DES COURBES DE CONVERGENCE

Convergence : variation de la distance entre deux points de la paroi

La convergence d'un tunnel est due

- à l'effet de l'avancement du front de taille
- au comportement différé du massif rocheux (fluage, rupture différée)



## Utilité des mesures de convergences

- Mesures simples à réaliser
- Auscultation en temps réel de la réponse du terrain et de l'ouvrage
- Prise en compte de façon globale du comportement du massif, de la géométrie de l'ouvrage, de l'état de contrainte, du mode de creusement et de soutènement
- Méthode observationnelle de prévision des déplacements et des efforts dans les soutènements
- Analyse inverse pour déterminer les caractéristiques mécaniques des terrains

# Analyse des mesures de convergence

Loi empirique de convergence (Sulem 1983)

$$C(x, t) = \underbrace{C_{\infty x} \left[ 1 - \left( \frac{X}{x + X} \right)^2 \right]}_{\text{Effet de l'avancement du front}} \left\{ \underbrace{1 + m \left[ 1 - \left( \frac{T}{t + T} \right)^n \right]}_{\text{Effet du comportement différé du massif}} \right\}$$

La loi de convergence dépend de 5 paramètres :

- $X$  est une longueur liée à la distance d'influence du front
- $C_{\infty x}$  est la convergence instantanée obtenue pour une excavation instantanée (pas d'effet différé)
- $T$  est un temps caractéristique de fluage
- $n$  est une constante (souvent  $n = 0.3$ )
- $m$  est une constante qui relie la convergence finale (à long terme) et la convergence instantanée  $C_{\infty} = (1+m) C_{\infty x}$

# Exemple: Tunnel routier du Fréjus

