Travaux dirigés 3

Exercice 1

1. Donner l'expression du coefficient d'absorption pour un matériau d'épaisseur e recouvrant un mur rigide.
2. Tracer ces courbes d'absorption pour un matériau acoustique modélisé par la loi de Delany et Bazley avec $\sigma = 10^2 kg.s/m^3$, $\sigma = 10^4 kg.s/m^3$ et $\sigma = 10^6 kg.s/m^3$ pour les épaisseurs $3cm$ et $10cm$.
3. Faites de même pour un matériau vérifiant les lois de Hamet avec les paramètres $\Omega = 0.3$, $\sigma = 10^2 kg.s/m^3$ ou $\sigma = 10^4 kg.s/m^3$, $K = 3$ ou $K = 6$ et d'épaisseur $e = 10cm$.

Exercice 2

On considère deux résonateurs de Helmholtz connectés comme sur la figure 1. Ils ont le même volume V et leurs cols ont les mêmes masses $M = \rho S l$. Le premier résonateur est connecté au milieu extérieur.

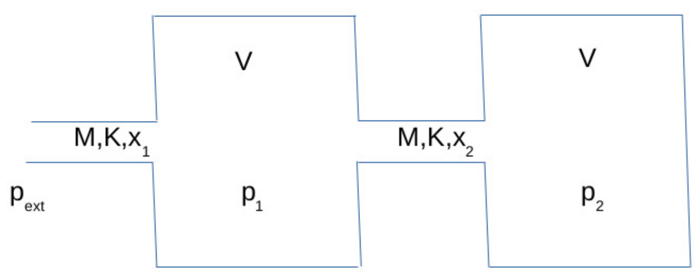

FIGURE 1 – Deux résonateurs connectés.

1. Ecrire les équations décrivant le mouvement de chaque résonateur.
2. En déduire l'impédance acoustique sur la surface en contact avec le milieu extérieur.
3. Tracer son module en fonction de la fréquence.
4. Cette impédance s'annule-t-elle pour une ou plusieurs fréquences ? Si oui lesquelles ?
5. Quelles sont les phases relatives entre les deux systèmes pour ces fréquences ?

Exercice 3

Un panneau perforé a une épaisseur $t = 1mm$, des trous de diamètre $d = 1mm$ et un taux de perforation $\sigma = 2\%$. Derrière ce panneau, nous trouvons une lame d'air d'épaisseur $D = 5cm$.

1. Tracer la partie imaginaire de l'impédance du panneau divisée par $\omega\rho c$.
2. Définir la valeur moyenne pour cette partie imaginaire divisée par $\omega\rho c$, notée m.
3. Quelle est approximativement la fréquence de résonance de l'ensemble ?

4. Quelle est l'absorption maximale à cette fréquence ?
5. Tracer la courbe d'absorption en fonction de la fréquence.

Exercice 4

On se propose de montrer la formule pour la fréquence de résonance d'une membrane acoustique telle que présentée sur la figure 2.

$$f_0 \approx \frac{60}{\sqrt{md}} \tag{1}$$

avec m la masse surfacique de la membrane et d l'épaisseur de la lame d'air.

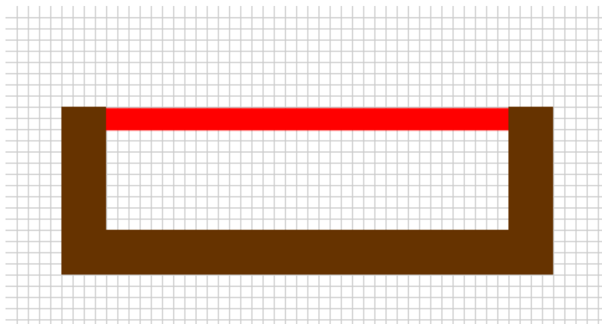

Figure 2 – Membrane avec lame d'air.

1. Ecrire l'équation d'équilibre de la membrane pour un mouvement uniforme et normal à la membrane.
2. Ecrire l'équation d'équilibre de la lame d'air pour un mouvement uniforme et normal.
3. En déduire l'impédance en surface de la membrane.
4. En déduire une formule approchée pour la fréquence de résonance.
5. A quelle fréquence le coefficient d'absorption d'un panneau en contreplaqué de 10mm d'épaisseur situé à 6cm d'une paroi est-il maximal, la masse volumique du contreplaqué étant de $450kg/m^3$?

Exercice 5

On considère un guide d'onde de section circulaire de rayon a et de parois rigides.

1. Ecrire l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindrique.
2. On cherche une solution en séparation de variables telle que $p(r, \theta, z) = Z(z)\Phi(r, \theta)$. Donner les équations vérifiées par $Z(z)$ et $\Phi(r, \theta)$.
3. Pour un comportement de type $\Phi(r, \theta) = f(r)e^{in\theta}$ avec n entier, quelle est l'équation vérifiée par la fonction $f(r)$?
4. La solution régulière en $r = 0$ de l'équation précédente peut se mettre sous la forme

$$a_n J_n(\alpha r) \tag{2}$$

où les fonctions J_n sont les fonctions de Bessel. Que doit vérifier α pour que cette fonction soit solution dans le guide d'onde ?

	zéros de J_0	zéros de J_0'	zéros de J_1	zéros de J_1'
1^{er} zéro	2.40	0	3.83	1.84
$2^{éme}$ zéro	5.52	3.83	7.01	5.33
$3^{éme}$ zéro	8.65	7.01	10.17	8.54

TABLE 1 – Zéros des fonctions de Bessel et de ses dérivées.

5. Les premiers zéros des fonctions de Bessel et de leurs dérivées sont données dans le tableau 1. Quelle est la valeur de la première fréquence de coupure ?
6. Les tubes de Kundt sont généralement de section circulaire. Quelle est la fréquence maximale que l'on peut étudier avec un tube de section $15cm$? de section $7cm$?

Exercice 6

On considère le modèle de métamatériau présenté sur la figure 3. Les masses sont reliées entre elles par des ressorts de raideur K_1 et chaque masse est reliée à un support rigide par un ressort de raideur K_2.

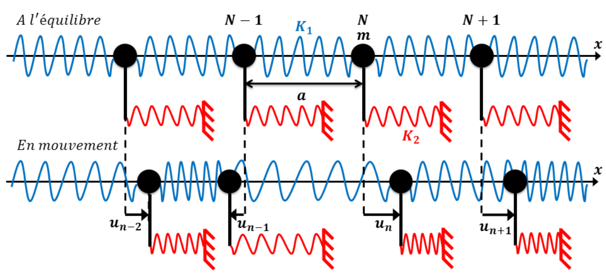

FIGURE 3 – Modèle de métamatériau.

1. Ecrire l'équation d'équilibre d'une masse.
2. On s'intéresse à la propagation d'ondes du type $e^{i(\omega t - kx)}$ avec une longueur d'onde $(2\pi)/k >> d$ où d est la distance entre deux masses. Ecrire la relation de dispersion reliant k et ω.
3. Pour une barre de module d'Young E et de masse volumique ρ, l'équation vérifiée est
$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{3}$$
Montrer que la relation de dispersion est
$$\rho \omega^2 = E k^2 \tag{4}$$
4. Mettre la relation obtenue à la question 3 sous cette forme
$$\rho_{eff} \omega^2 = E k^2 \tag{5}$$
Quelle est la masse volumique effective ρ_{eff} vue par l'onde ? Quel est son signe ?