

Béton armé et précontraint - Approfondissement  
**ETUDE D'UNE PILE DE GRANDE HAUTEUR**

Jean Marc JAEGER  
Setec TPI

**E.N.P.C. module B.A.E.P.3**



# CALCUL D'UNE PILE AU SECOND ORDRE SELON L' EC2

- 1. PRESENTATION DE L' EXEMPLE
- 2. METHODES D'ANALYSE
- 3. RAPPELS RdM
- 4. SOLLICITATIONS DE CALCUL
- 5. CRITERES POUR EFFETS DU SECOND ORDRE
- 6. MOMENT EXTERNE
- 7. MOMENT INTERNE
- 8. VERIFICATION DE LA STABILITE
- 9. METHODES SIMPLIFIEES

## 1. DOCUMENTS DE REFERENCE

- NF EN 1992-1-1 Octobre 2005 ***Règles générales et règles pour les bâtiments***
- NF EN 1992-2 Mai 2006 ***Ponts en béton – Calculs et dispositions constructives***
- NF EN 1992-2/NA Avril 2007 ***Ponts en béton – Calculs et dispositions constructives – Annexe nationale***
- NF EN 1990 Mars 2003 ***Base de calcul des structures***
- NF EN 1990/A1 Juillet 2006 ***Annex A2 : Application aux ponts (Normative)***
- NF EN 1991-1-1 Mars 2003 ***Actions sur les structures***

# 1. PRESENTATION DE L'EXEMPLE : Viaduc de la Clidane



Piles dédoublées de 70m de hauteur  
Portée centrale de 132m

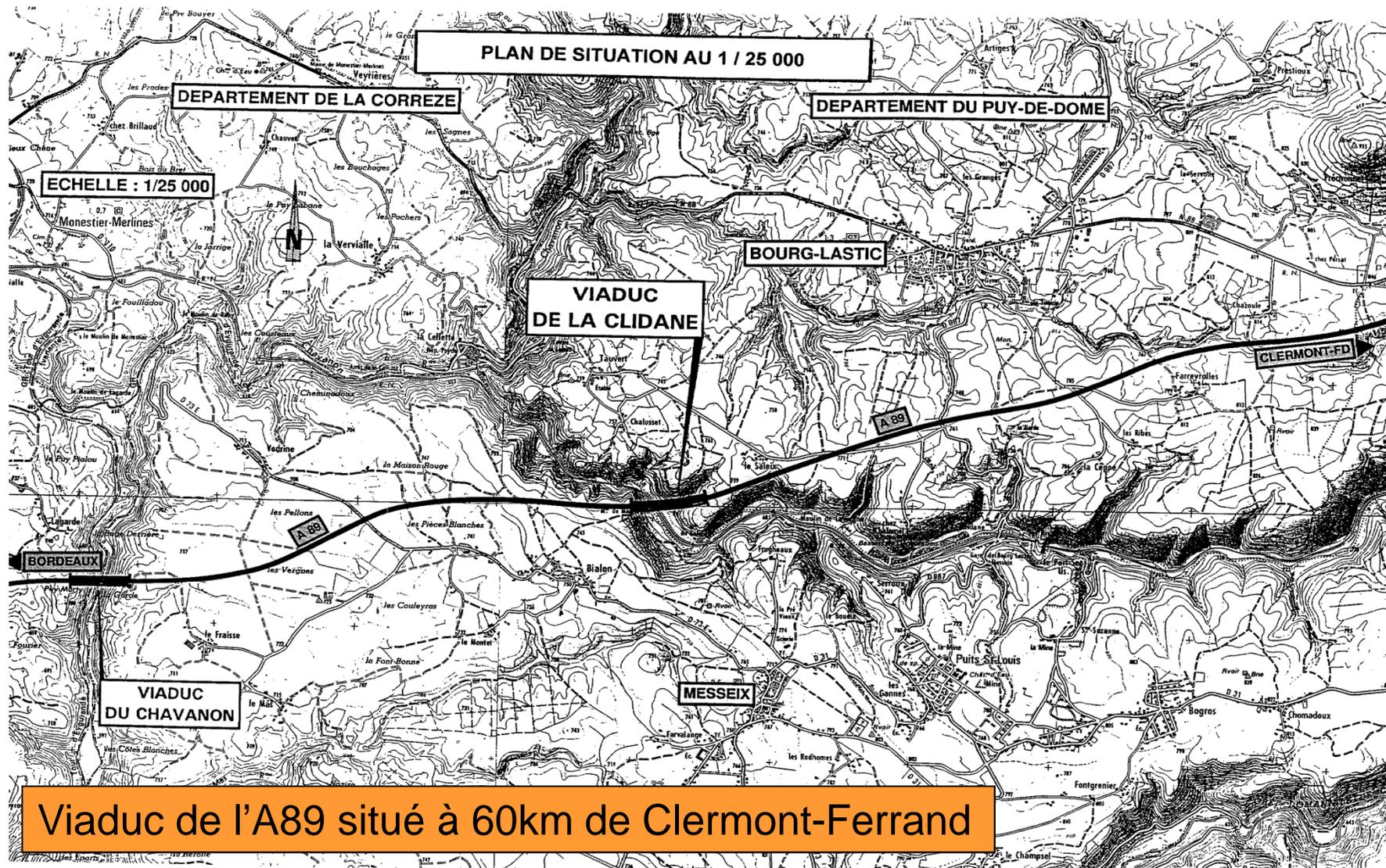


## **1/ Présentation du projet**

Le tracé de l'autoroute A89 traverse les départements du Puy de Dôme et de Corrèze entre Tulle et Saint-Julien-Lavèze. Le viaduc de La Clidane franchit une gorge encaissée et est caractérisé par des piles de grande hauteur.

Le parti architectural de transparence a rejoint le souhait technique de réaliser un encastrement du tablier en tête de pile et a conduit au choix de piles constituées de deux fûts simples très élancés. Les deux fûts formant la pile sont distants de 4m et sont encastrés à leur base sur une semelle couronnant les puits de fondation. L'objet de ce projet est de vérifier, sur la base de données simplifiée, la stabilité de forme de ces fûts en béton armé ainsi que leurs conditions de fondation.

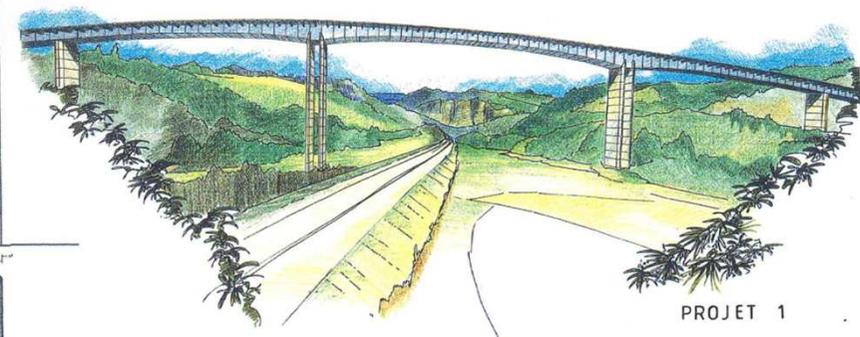
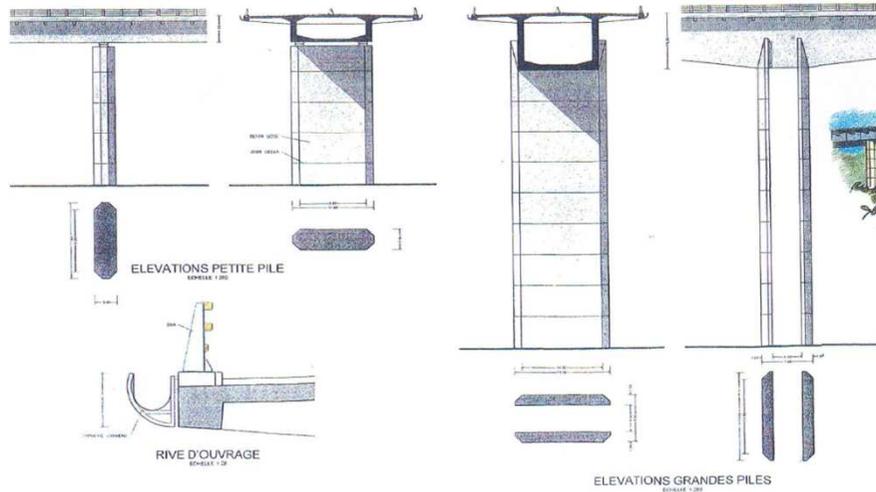
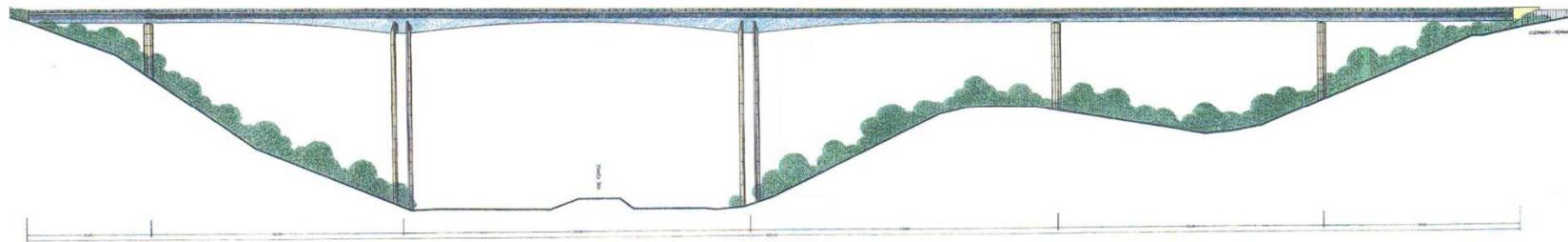
# 1. PRESENTATION DE L'EXEMPLE : Viaduc de la Clidane



# 1. PRESENTATION DE L'EXEMPLE : Viaduc de la Clidane

## LE VIADUC DE LA CLIDANE

OUVRAGE BETON

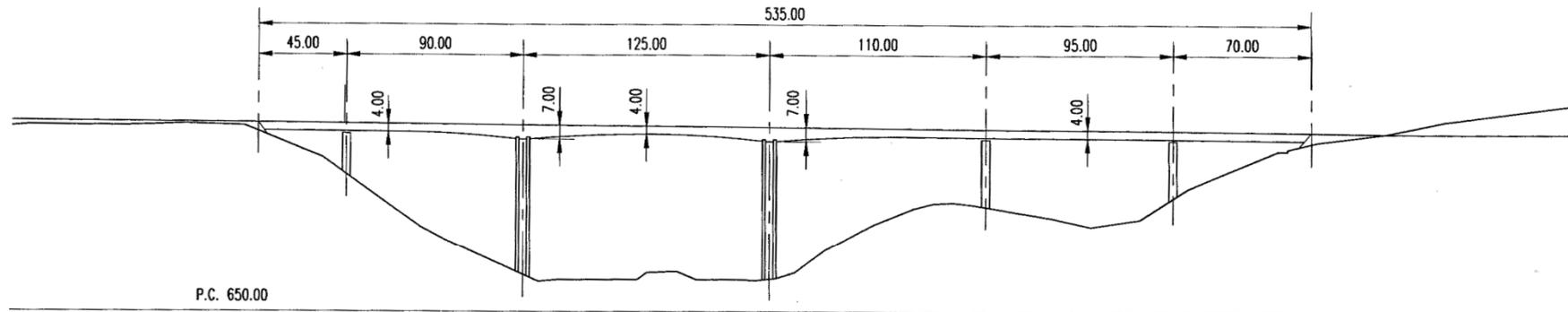


APOA – Planche de Charles Lavigne

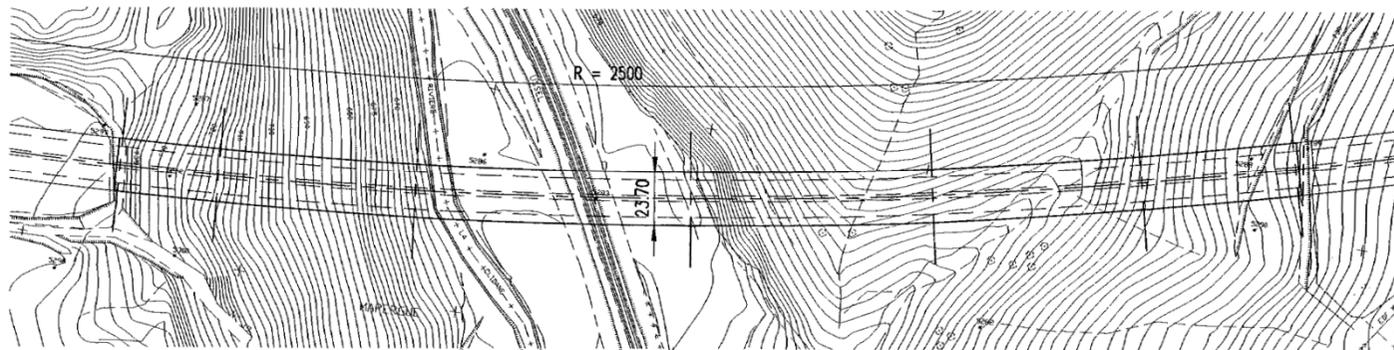
ENPC – Module BAEP3– Séances 1/2

# 1. PRESENTATION DE L'EXEMPLE : Viaduc de la Clidane

ELEVATION



VUE EN PLAN



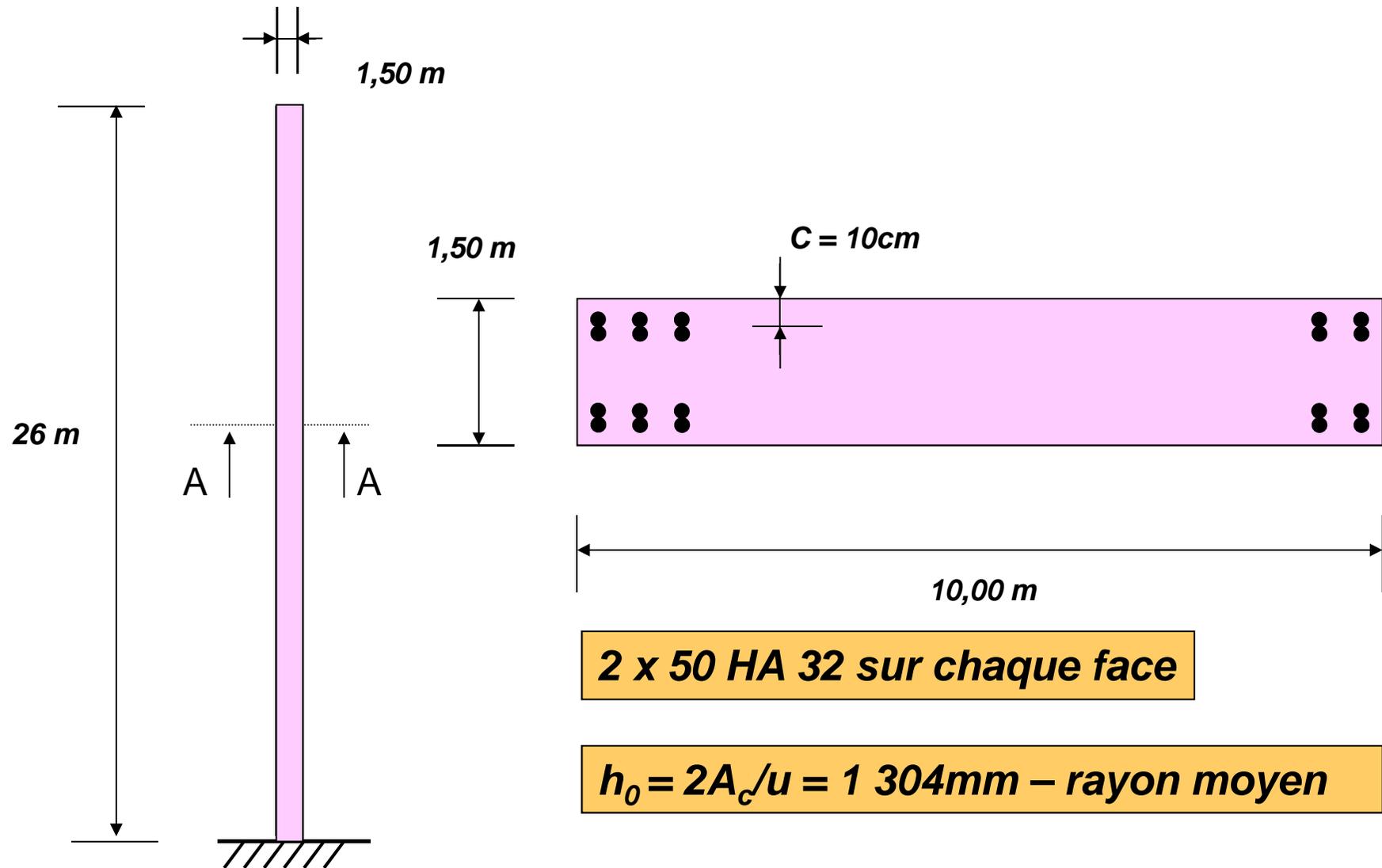
PROJET 1

A89 - LIAISON BORDEAUX-CLERMONT-FERRAND  
 EPOA - VIADUC DE LA CLIDANE  
 SOLUTION CAISSON BETON  
 VUE EN PLAN - ELEVATION



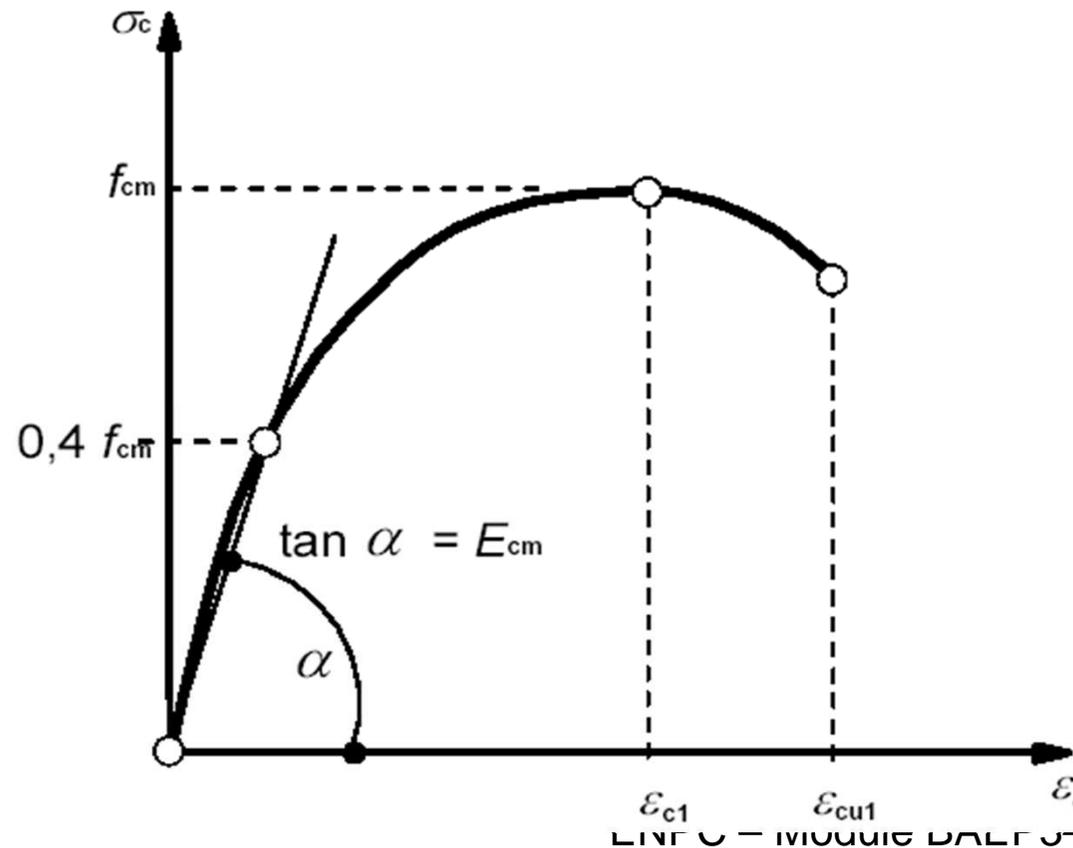
APOA – Planche SEEE

# 1. CARACTERISTIQUES DU FUT



# 1. BETON

- Béton : type C60
- Relation contrainte-déformation pour l'analyse structurale non-linéaire



§ 3.1.5 EC2

# 1. BETON

Classes de résistance du béton											Expression analytique Commentaires				
$f_{ck}$ (MPa)	15	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)								55	60	67	75	85	95	105	
$f_{cm}$ (MPa)								53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
$f_{ctm}$ (MPa)								3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + (f_{ck}/10)) > C50/60$
$f_{ck,0,05}$ (MPa)								2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ck,0,05} = 0,7 \times f_{cm}$ fractile 5%
$f_{ck,0,95}$ (MPa)								4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ck,0,95} = 1,3 \times f_{cm}$ fractile 95%
$E_{cm}$ (GPa)								36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22 \left[ \frac{f_{cm}}{10} \right]^{1,3}$ ( $f_{cm}$ en MPa)
$\epsilon_{c1}$ (‰)								2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	voir Figure 3.2 $\epsilon_{c1}(f_{ck}) = 0,7 f_{cm}^{0,25} < 2,8$
$\epsilon_{cu1}$ (‰)				3,5						3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	voir Figure 3.2 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu1}(f_{ck}) = 2,8 + 27 \left[ \frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^2$
$\epsilon_{c2}$ (‰)				2,0						2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	voir Figure 3.3 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2}(f_{ck}) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,33}$
$\epsilon_{cu2}$ (‰)				3,5						3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	voir Figure 3.3 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu2}(f_{ck}) = 2,6 + 35 \left[ \frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^2$
$n$				2,0						1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4 \left[ \frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^2$
$\epsilon_{cu3}$ (‰)				3,5						1,75	1,8	1,9	2,0	2,2	voir Figure 3.4 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu3}(f_{ck}) = 1,75 + 0,55 \left[ \frac{f_{ck} - 50}{40} \right]$
$\epsilon_{cu3}$ (‰)				3,5						3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	voir Figure 3.4 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu3}(f_{ck}) = 2,6 + 35 \left[ \frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^2$

**Béton C60**  
(26KN/m<sup>3</sup>)

$f_{ck} = 60$  MPa

$\gamma_c = 1.50$

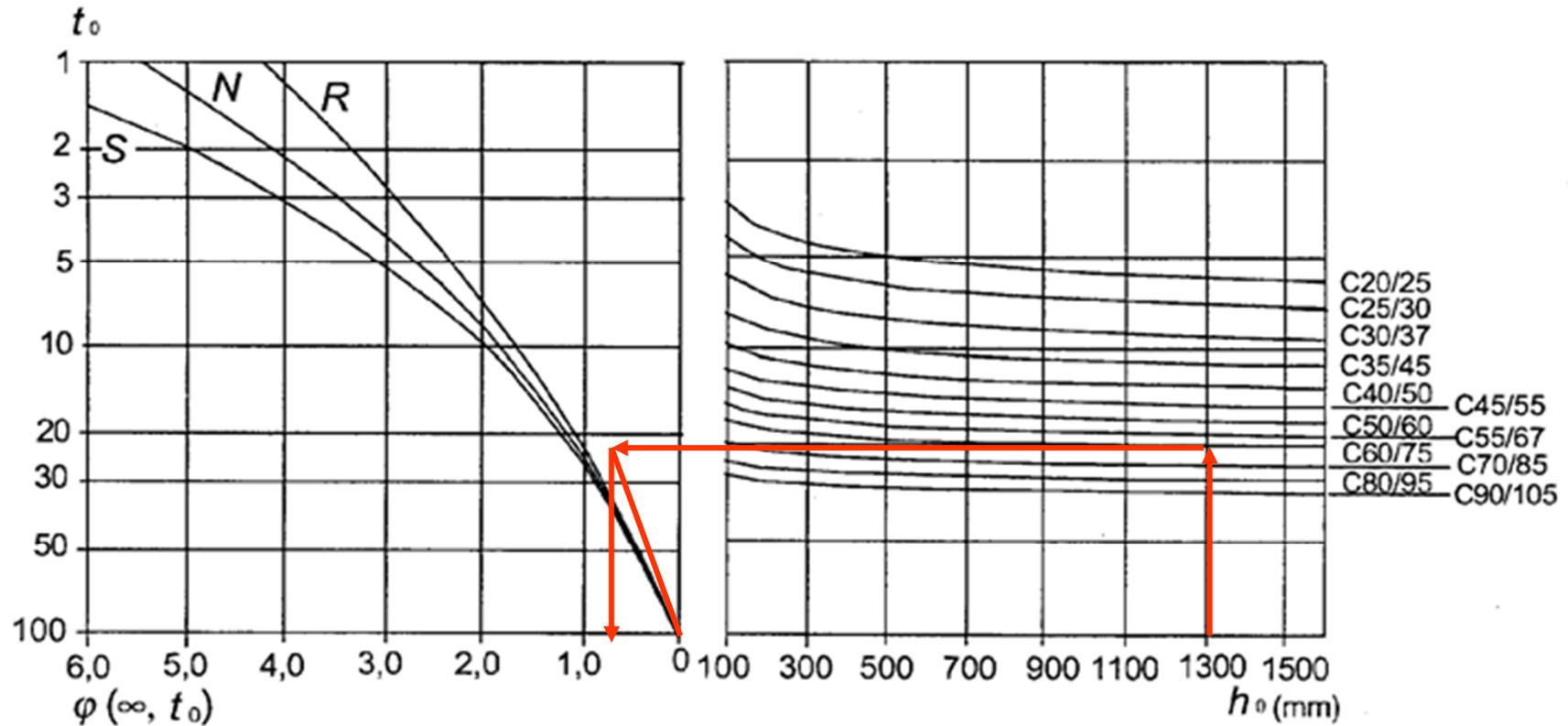
$E_{cm} = 39$  GPa

$\epsilon_{c1} = 0,26\%$

$\epsilon_{cu1} = 0,30\%$

Table 3.1 EC2

# 1. BETON : COEFFICIENT DE FLUAGE : méthode graphique



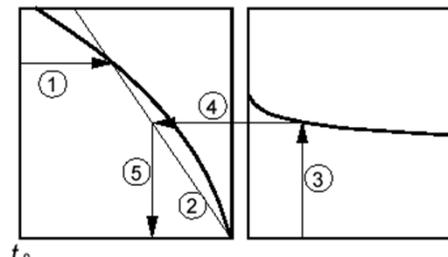
b) Environnement extérieur — RH = 80 %

$t_0 = 180$  j

$h_0 = 1304$  mm

$\varphi \approx 0.7$

§ 3.1.4 fig. 3.1b EC2



## Coefficient de fluage

Un béton soumis à un âge  $t_0$  à une contrainte de compression  $\sigma_c$  constante subit immédiatement un raccourcissement instantané  $\varepsilon_i$  puis continue à se raccourcir dans le temps. Cette déformation supplémentaire de fluage, tend vers une valeur finale  $\varepsilon_{fl} = \varphi(\infty, t_0) \varepsilon_i$  ou  $\varphi(\infty, t_0)$  est le coefficient de fluage.

En première approche la valeur obtenue à l'aide de la figure ci-dessus peut être considérée comme le coefficient de fluage, sous réserve que le béton ne soit pas soumis à une contrainte de compression supérieure à  $0,45 f_{ck}(t_0)$ .

Sur cette figure :

$t_0$  âge du béton au moment du chargement, en jours,

$h_0$  représente le rayon moyen  $= 2A_c/u$ , où  $A_c$  est l'aire de la section transversale du béton et  $u$  le périmètre de la partie exposée à la dessiccation,

S désigne les ciments de Classe S, CEM 32,5 N

N désigne les ciments de Classe N, CEM 32,5 R et CEM 42,5 N

R désigne les ciments de Classe R, CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R

L'annexe B de l'EN1992-1-1 donne une expression analytique permettant de déterminer avec plus de précision cette valeur. Le fluage du béton dépend de l'humidité ambiante, des dimensions de l'élément et de la composition du béton. Le fluage dépend également de la maturité du béton lors du premier chargement ainsi que de la durée et de l'intensité de la charge.

# 1. BETON : COEFFICIENT DE FLUAGE : Annexe B

$\varphi_0$  coefficient de fluage conventionnel

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - RH / 100}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \text{ pour } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

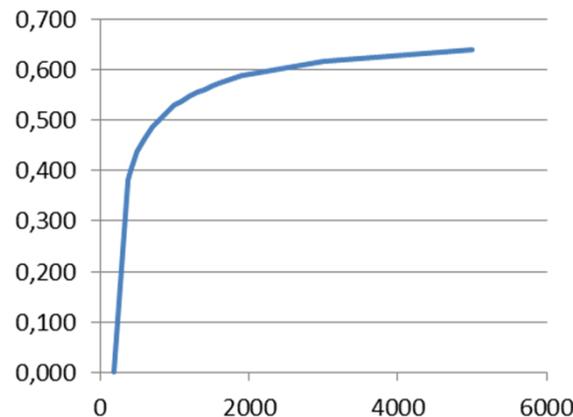
$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})}$$

$$\alpha_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7}$$

$$\alpha_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2}$$

$\varphi(t, t_0)$

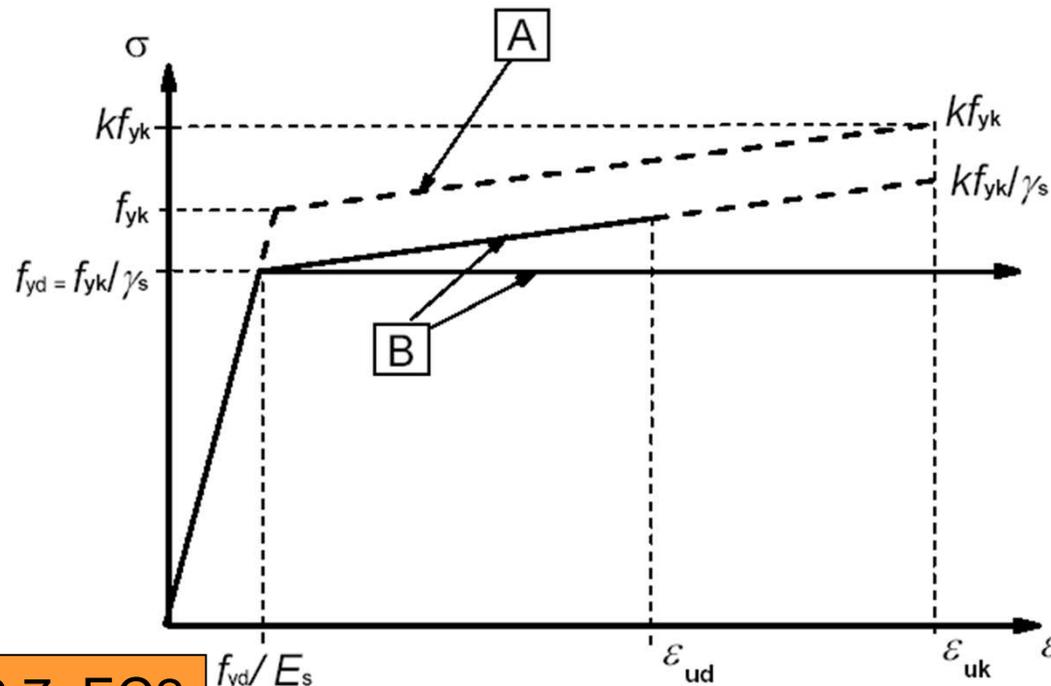


$t_0$	180	jours
RH	80	%
Ac	15	m <sup>2</sup>
u	23	m
$h_0$	1304	mm
$f_{ck}$	60	MPa
$f_{cm}$	68	MPa
$\alpha_1$	0,628	
$\alpha_2$	0,876	
$\alpha_3$	0,717	
$\varphi_{RH}$	0,976	
$\beta(f_{cm})$	2,037	
$\beta(t_0)$	0,342	
$\varphi_0$	0,680	
t	365,0	jours
$\beta_H$	1076,145	
$\beta(t, t_0)$	0,562	
$\varphi(t, t_0)$	0,382	

ANNEXE B EC2

# 1. ACIER

- Acier : HA 500 MPa Classe B (EC2 Annexe C Tableau C.1)
- Relation contrainte-déformation avec branche horizontale (EC2 §3.2.7)



## Acier

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$(k = 1,08$$

$$\epsilon_{uk} = 5,0\%)$$

§ 3.2.7 EC2

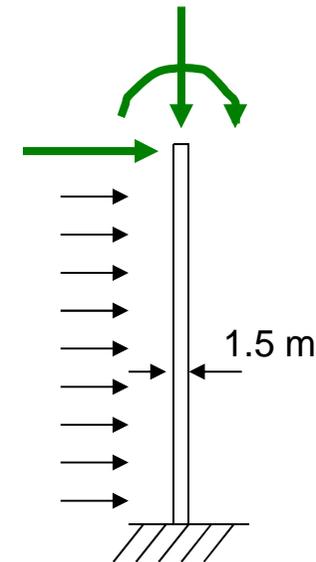
# 1. EXEMPLE - CHARGES APPLIQUEES

- Charges appliquées en tête de pile

<i>Charges permanentes</i>	<i>Charges routières d'exploitation</i>	<i>Forces horizontales de freinage</i>
$N_G = 30 \text{ MN}$ $M_G = 4 \text{ MNm}$	$N_Q = 18 \text{ MN}$ $M_Q = 2 \text{ MNm}$	$H_Q = 0.18 \text{ MN}$

- Effet du vent sur la hauteur de la pile

<i>Charge de vent</i>
$p_w = 10 \text{ KN/ml}$



## 2. METHODES D'ANALYSE AU SECOND ORDRE

- Méthode générale basée sur une ANALYSE NON-LINEAIRE au SECOND ORDRE
- Méthode simplifiée (a) : analyse au second ordre basée sur une EVALUATION de la RAIDEUR
- Méthode simplifiée (b) : méthode basée sur une EVALUATION de la COURBURE

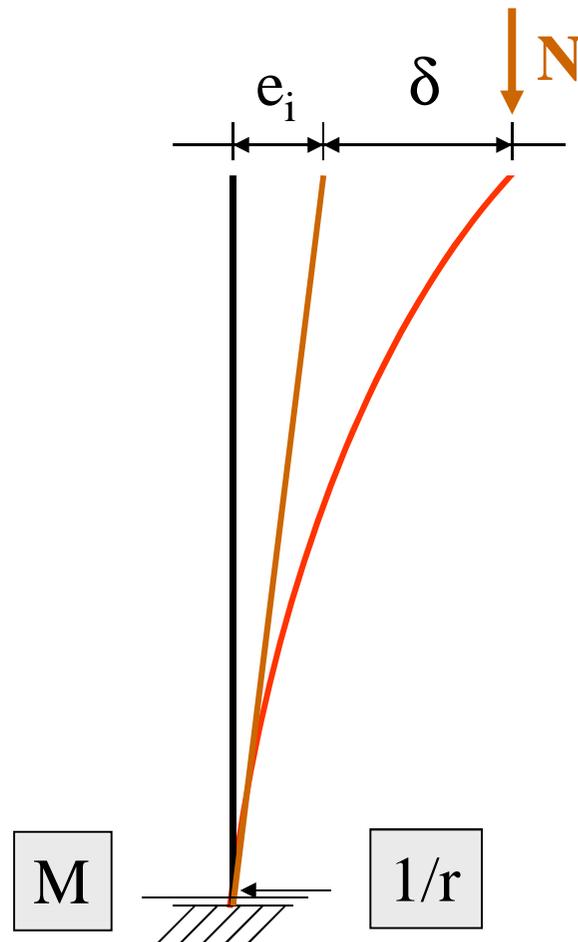
§ 5.8.5 EC2

## 2. METHODE GENERALE

- ANALYSE PRENANT EN COMPTE :
  - les non-linéarités géométriques : effets du **second ordre**
  - les **lois de comportement** des matériaux adaptées à l'analyse structurale **non-linéaire** : pour le béton  $f_{cd}$  et  $E_{cd}=E_{cm}/1.2$
  - le **fluage** du béton sous la forme d'une affinité d'axe horizontale et de rapport  $(1 + \varphi_{ef})$  appliquée à  $(\sigma, \varepsilon)$
- Une approche limitée à l'analyse de la **SECTION CRITIQUE** est autorisée (§5.8.6 (6))

§ 5.8.6 EC2

## 2. METHODE GENERALE : Analyse de la section critique



En tête de pile

$e_i$  imperfection géométrique

$\delta$  excentricité du second ordre

Dans la section critique en pied

$M$  moment de flexion

$1/r$  courbure

Loi Moment-Courbure

$M(1/r)$

§ 5.8.6 EC2

Variation appropriée de la courbure

Loi sinusoidale ou parabolique

## 2. METHODE GENERALE : équilibre de la section critique

- L'EQUILIBRE DE LA SECTION s'exprime avec :

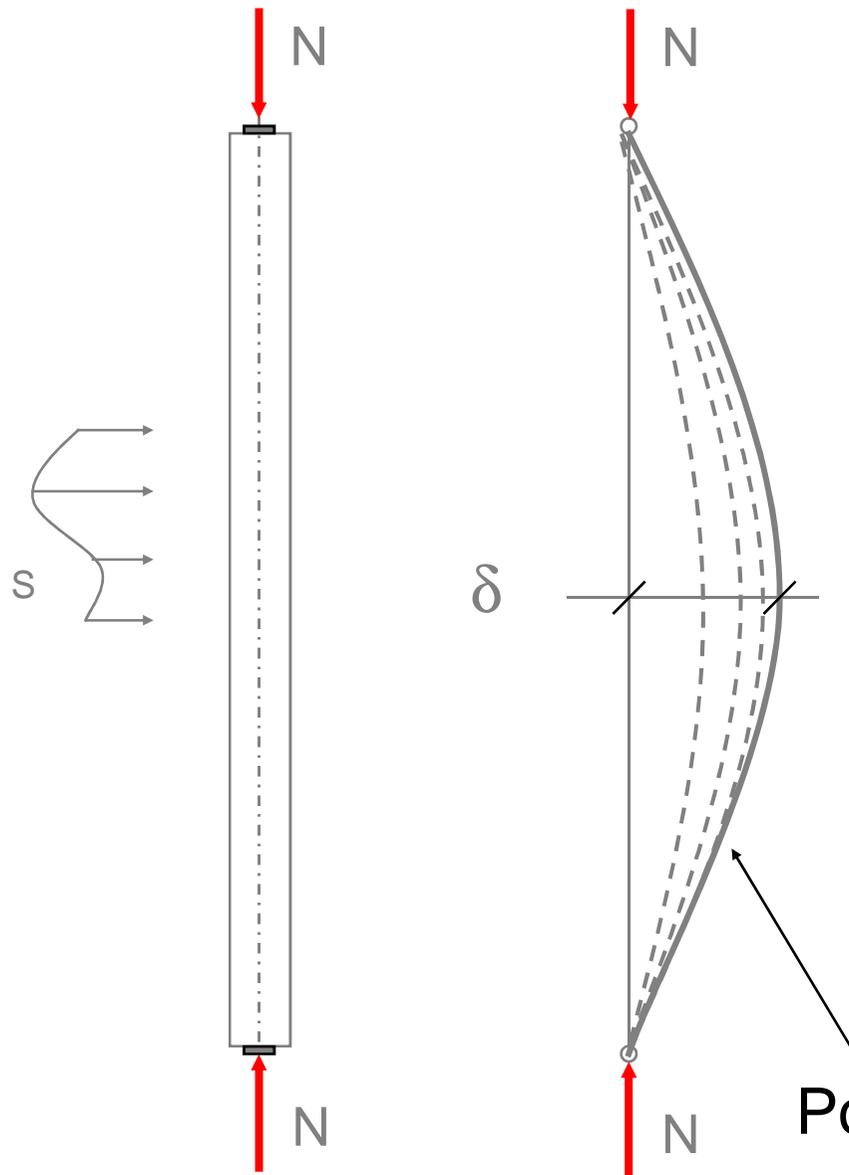
$$\left[ M (1 / r) \right]_{\text{externe}} = \left[ M (1 / r) \right]_{\text{interne}}$$

$$\left[ N \right]_{\text{externe}} = \left[ N \right]_{\text{interne}}$$

- LOI MOMENT-COURBURE EXTERNE  
(déterminée par la RdM)
- LOI MOMENT COURBURE INTERNE  
(déterminée par un calcul béton armé)

§ 5.8.6 EC2

### 3. FLAMBEMENT – INSTABILITE ELASTIQUE



$\delta$  déplacement horizontal de la ligne moyenne,

$M = N \times \delta$  moment de second ordre créé par la déformation du poteau,

Stabilité du poteau : il existe une position d'équilibre.

Position d'équilibre

### ***Instabilité élastique, flambement : rappels de RdM***

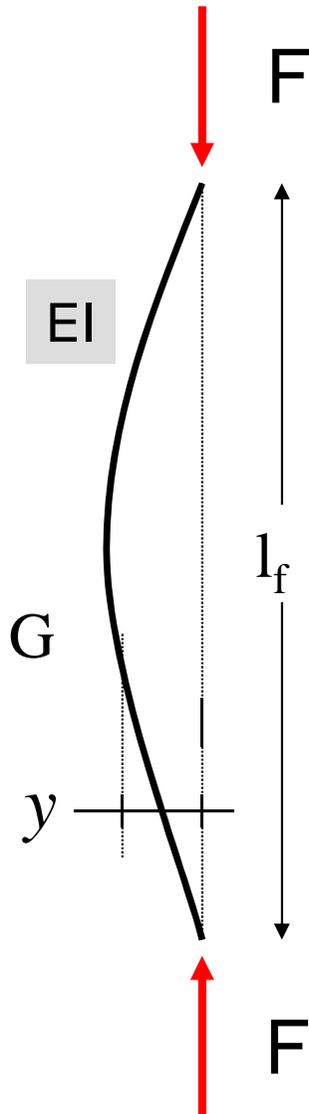
On considère un poteau bi-articulé soumis, en tête et en pied, à un effort de compression  $N$  centré sur son centre de gravité  $G$  (cas de compression centrée).

Sous l'effet d'une action transversale ( $S$ ) le poteau se déforme et chaque section droite subit un déplacement horizontal  $\delta$ . Chacune de ces sections est alors soumise à un moment  $M=N \delta$ , lié à l'excentricité de l'effort appliqué par rapport au centre de gravité de la section déplacée, ce moment engendré par la déformation du poteau est nommé moment de second ordre.

Dans le cas de pièces courantes le déplacement  $\delta$  est faible et on néglige les effets du second ordre, dans le cas de pièces élancées on ne peut plus les négliger. Ces sollicitations de second ordre augmentent la déformation du poteau et donc les valeurs de  $\delta$ . Si le processus converge vers une position d'équilibre le poteau est stable et ne « flambe pas », si le processus diverge on dit que le poteau « flambe ».

Les imperfections géométriques de construction amorcent le processus, un poteau n'est jamais réalisé selon une verticale parfaite.

### 3. RESISTANCE DES MATERIAUX - INSTABILITE ELASTIQUE



$$M = Fy$$

moment de second ordre

$$\ddot{y} = \frac{M}{EI}$$

équation d'équilibre

$$\lambda = \frac{l_f}{i}$$

élancement

$$F_c = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2}$$

force critique d'Euler

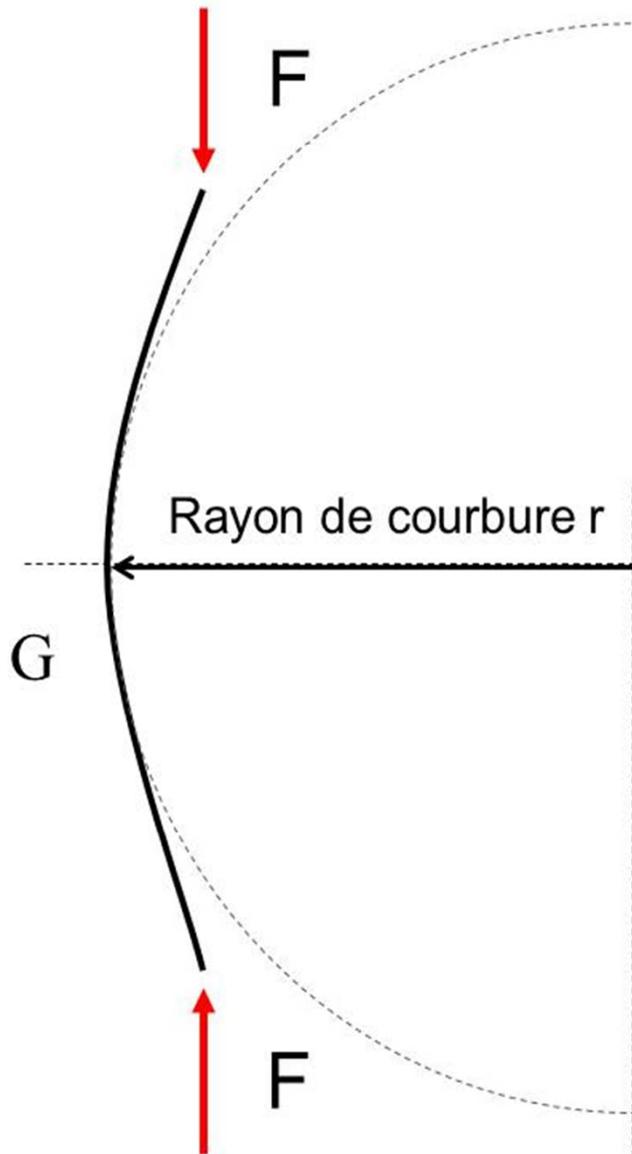
$$n_{CE} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

contrainte critique d'Euler

$$\frac{F_c}{F_c - F} = 1 + \frac{1}{\frac{F_c}{F} - 1}$$

facteur d'amplification

# INSTABILITE ELASTIQUE : Courbure



$r$  rayon de courbure du cercle osculateur

$$\frac{1}{r} = \frac{\ddot{y}}{\sqrt{1 + \dot{y}^2}} \text{ courbure de la section}$$

avec  $\dot{y}$  petit devant 1

En élasticité:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$$

$$\sigma = \frac{Mv}{I}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\sigma}{Ev} = \frac{\varepsilon}{v}$$

la courbure correspond à la pente du diagramme de déformation

### 3. HYPOTHESES DE DEFORMEES

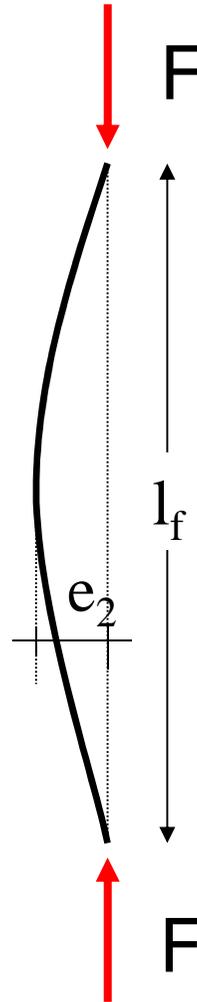
déformée parabolique

$$y(x) = 4e_2 \frac{x}{l_f} \left(1 - \frac{x}{l_f}\right)$$

$$\ddot{y}(x) = -8 \cdot \frac{e_2}{l_f^2}$$

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_f^2}{8}$$

$$c = 8$$



déformée sinusoïdale

$$y(x) = e_2 \sin \frac{\pi x}{l_f}$$

$$\ddot{y}(x) = -e_2 \cdot \left(\frac{\pi}{l_f}\right)^2 \cdot \sin \frac{\pi x}{l_f}$$

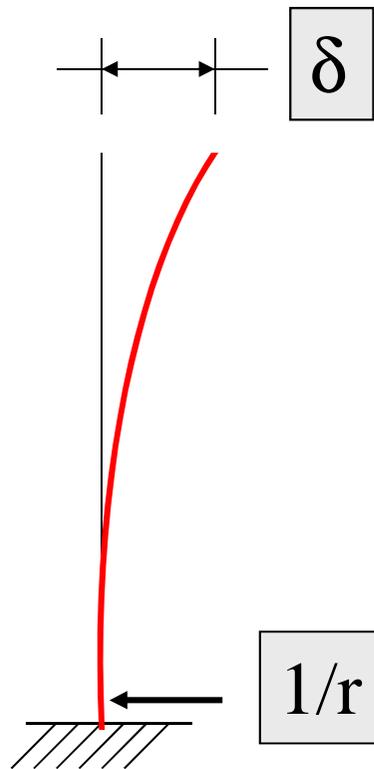
$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_f^2}{\pi^2}$$

$$c = \pi^2$$

### 3. RELATION DEPLACEMENT - COURBURE

- HYPOTHESES

- Flambement plan
- Déformée sinusoïdale



$$y(x) = \delta(1 - \cos(\pi x / 2h))$$

$$1/r \approx \ddot{y}(h)$$

$$1/r = \delta(\pi / 2h)^2$$

$$\delta = (1/r) \frac{4h^2}{(\pi)^2}$$

## 4. SOLLICITATIONS DE CALCUL

- Combinaison ELU fondamentale

$$\sum \gamma_{G_{sup}} G_{sup} + \sum \gamma_{G_{inf}} G_{inf} + \gamma_{Q1} Q_{K1} + \sum \gamma_{Qi} \Psi_{0i} Q_{Ki}$$

avec :  $\gamma_G = 1.0$  ou  $1.35$

$\gamma_Q = 1.35$  actions défavorables dues au trafic routier

$\gamma_Q = 1.50$  autres actions du trafic et autres actions variables

- Combinaison ELU utilisée pour la vérification

$$1.35 G_{sup} + 1.35 Q_{K1}$$

EN 1990 Sect.6 et Annex A2.4(B)

## 4. COMBINAISONS E.L.U.

Situation de projet durable et transitoire	Actions permanentes		Précontrainte	Action variable dominante (*)	Actions variables d'accompagnement (*)	
	défavorables	favorables			principale (le cas échéant)	autres
(Eq. 6.10)	$\gamma_{G,sup} G_{k,sup}$	$\gamma_{G,int} G_{k,int}$	$\gamma_P P$	$\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$		$\gamma_{Q,j} \gamma_{Q,j} Q_{k,j}$
(*) Les actions variables sont celles des tableaux A2.1 à A2.3						
<p>NOTE 1 Les valeurs des coefficients <math>\gamma</math> pour les situations de projet durables et transitoires peuvent être données dans l'Annexe nationale.</p> <p>Pour les situations de projet durables, l'ensemble de valeurs recommandé pour <math>\gamma</math> est le suivant :</p> <p><math>\gamma_{G,sup} = 1,05</math>  <math>\gamma_{G,int} = 0,95</math> <sup>1)</sup></p> <p><math>\gamma_Q = 1,35</math> pour les actions dues aux trafics routier et de piétons, lorsqu'elles sont défavorables (0 lorsqu'elles sont favorables)</p> <p><math>\gamma_Q = 1,45</math> pour les actions dues au trafic ferroviaire, lorsqu'elles sont défavorables (0 lorsqu'elles sont favorables)</p> <p><math>\gamma_Q = 1,50</math> pour toutes les autres actions variables pour les situations de projet durables, lorsqu'elles sont défavorables (0 lorsqu'elles sont favorables)</p> <p><math>\gamma_P</math> = les valeurs recommandées définies dans l'Eurocode de projet approprié.</p> <p>Pour les situations de projet transitoires durant lesquelles il y a risque de perte d'équilibre statique, <math>Q_{k,1}</math> représente l'action variable déstabilisatrice dominante et <math>Q_{k,j}</math> les actions variables déstabilisatrices d'accompagnement appropriées.</p> <p>Pendant la construction, si l'exécution est convenablement contrôlée, l'ensemble de valeurs recommandé pour <math>\gamma</math> est :</p> <p><math>\gamma_{G,sup} = 1,05</math>  <math>\gamma_{G,int} = 0,95</math> <sup>1)</sup></p> <p><math>\gamma_Q = 1,35</math> pour les charges de construction, lorsqu'elles sont défavorables (0 si elles sont favorables)</p> <p><math>\gamma_Q = 1,50</math> pour toutes les autres actions variables, lorsqu'elles sont défavorables (0 si elles sont favorables).</p>						

NF EN 1990/A1 Annexe A2 Table A.2.4 A

## 4. COEFFICIENTS POUR VALEUR DE COMBINAISON

Action	Symbole		$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Charges de trafic (voir l'EN 1991-2, tableau 4.4)	gr1a (LM1+ charges de piétons ou de piste cyclable <sup>1)</sup> )	TS	0,75	0,75	0
		UDL	0,40	0,40	0
		Charges de piétons + piste cyclable <sup>2)</sup>	0,40	0,40	0
	gr1b (essieu unique)		0	0,75	0
	gr2 (forces horizontales)		0	0	0
	gr3 (charges dues aux piétons)		0	0	0
	gr4 (LM4 — chargement par une foule)		0	0,75	0
gr5 (LM3 — véhicules spéciaux)		0	0	0	
Forces dues au vent	$F_{Wk}$ — situations de projet durables — exécution		0,6 0,8	0,2 —	0 0
	$F_w^z$		1,0	—	—
Actions de la température	$T_k$		0,6 <sup>3)</sup>	0,6	0,5
Charges de neige	$Q_{Sn,k}$ (pendant l'exécution)		0,8	—	—
Charges de construction	$Q_c$		1,0	—	1,0

1) Les valeurs recommandées de  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  et  $\psi_2$  pour gr1a et gr1b sont données pour un trafic routier correspondant à des coefficients d'ajustement  $\alpha_{Q_i}$ ,  $\alpha_{q_i}$ ,  $\alpha_{p_i}$  et  $\beta_{Q_i}$  égaux à 1. Celles qui concernent le système UDL correspondent à des scénarios de trafic courants, dans lesquels une accumulation rare de camions peut se produire. D'autres valeurs peuvent être envisagées, pour d'autres types de routes ou de trafic attendu, en relation avec le choix des coefficients  $\alpha$  correspondants. Par exemple, une valeur de  $\psi_2$  différente de zéro peut être envisagée, pour le système UDL de LM1 seulement, pour les ponts portant un trafic lourd et continu. Voir aussi l'EN 1998.

2) La valeur de combinaison de la charge de piétons et de piste cyclable mentionnée dans le tableau 4.4a de l'EN 1991-2 est une valeur «réduite». Les coefficients  $\psi_0$  et  $\psi_1$  sont applicables à cette valeur.

3) La valeur recommandée de  $\psi_0$  pour les actions dues à la température peut dans la plupart des cas être réduite à zéro pour les états-limites ultimes EQU, STR et GEO. Voir aussi les Eurocodes de projet.

NF EN 1990/A1 Annexe A2 Table A.2.1

## 4. SOLLICITATIONS DE CALCUL

- Combinaison ELU fondamentale

$$\sum \gamma_{G\text{sup}} G_{\text{sup}} + \sum \gamma_{G\text{inf}} G_{\text{inf}} + \gamma_{Q1} Q_{K1} + \sum \gamma_{Qi} \Psi_{0i} Q_{Ki}$$

avec :  $\gamma_G = 1.0$  ou  $1.35$

$\gamma_Q = 1.35$  actions défavorables dues au trafic routier

$\gamma_Q = 1.50$  autres actions du trafic et autres actions variables

- Combinaison ELU utilisée pour la vérification

$$1.35 G_{\text{sup}} + 1.35 Q_{K1}$$

EN 1990 Sect.6 et Annex A2.4(B)

## 4. IMPERFECTIONS GEOMETRIQUES

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h$$

avec

$\theta_0$  valeur de base

$\alpha_h$  facteur de réduction lié à la hauteur

$l$  hauteur de la pile

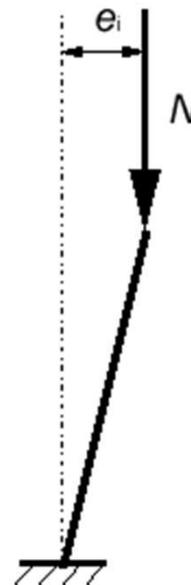
$$e_i = \theta_i l$$

$$\theta_i = 2/3 * 1/200 = 1/300$$

$$e_i = 0.087\text{m}$$

$$\theta_0 = 1/200$$

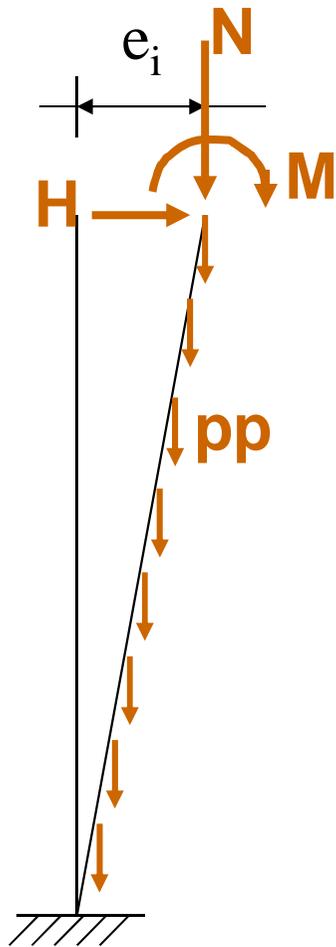
$$\alpha_h = 2 \sqrt{l} ; 2/3 \leq \alpha_h \leq 1$$



a1) Unbraced

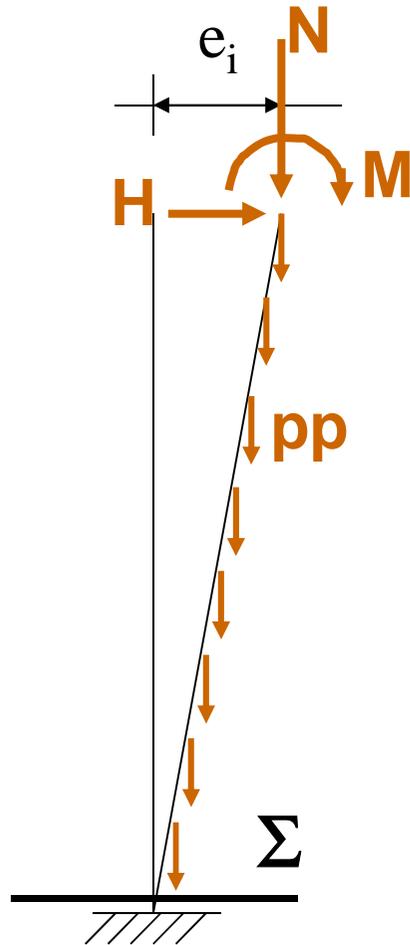
§ 5.2 (3) EC2 part. 2

## 4. SOLLICITATIONS E.L.U.



			CALCUL AU 1er ORDRE		
Actions		Valeurs (MN)	N (MN)	bras de levier (m)	Moment (MNm)
Poids propre de la pile	$1.35 \times P_p$	$1.35 \times 10.14 = 13.69$	13.69	0.0433 (=ea/2)	$13.69 \times 0.0435 = 0.593$
Actions exercées en tête de pile	$1.35 \times N_G$	$1.35 \times 30,00 = 40,50$	40,50	0.087 (=ea)	$40,5 \times 0.087 = 3,510$
	$1.35 \times M_G$	$1.35 \times 4.0$			5,400
Actions exercées en tête de pile	$1.35 \times N_q$	$1.35 \times 18 = 24,3$	24,30	0.087	2.106
	$1.35 M_q$	$1.35 \times 2.0 = 2.7$			2.700
	$1.35 \times H_q$	$1.35 \times 0.18 = 0.243$			6.318
$M_{0Eqp} = 7,039 \text{ MNm sous } G + \psi_2 Q$			$\Sigma = 78,49$		$\Sigma = 20,627$

## 4. SOLLICITATIONS E.L.U. AU 1<sup>er</sup> ORDRE



$M_{0Ed}$  : moment fléchissant  
de premier ordre

$N_{Ed}$  : effort normal de premier ordre

dans la section critique :

$$N_{Ed} = 78,489 \text{ MN}$$

$$M_{0Ed} = 20,627 \text{ MNm}$$

## 5. CRITERES POUR EFFETS DU SECOND ORDRE

Les effets du SECOND ORDRE peuvent être  
IGNORES si :

$$\bullet \lambda \leq 20 A.B.C / \sqrt{n}$$

$\lambda$  élancement

$$A = 1/(1+0.2\varphi_{\text{eff}})$$

$$B = \sqrt{1+2\omega}$$

$$C = 1.7 - r_m \quad (\text{si } r_m \text{ non connu prendre } C=0.7)$$

$\varphi_{\text{eff}}$  ratio prenant en compte le fluage

$$\omega = A_{\text{sd}} f_{\text{yd}} / (A_c f_{\text{cd}})$$

$A_s$  aire totale d'aciers passifs

$$n = N_{\text{Ed}} / (A_c f_{\text{cd}})$$

$$r_m = M_{01} / M_{02}$$

$M_{01}, M_{02}$  moments du premier ordre aux extrémités  $|M_{02}| \geq |M_{01}|$

### § 5.8.3.1 EC2

## 5. FLUAGE

### Coefficient de FLUAGE EFFECTIF

$$\bullet \varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} \cdot M_{0Eqp} / M_{0Ed}$$

$\varphi_{(\infty, t_0)}$  valeur finale du coefficient de fluage

$M_{0Eqp}$  Moment du premier ordre sous combinaison quasi-permanente de charge (ELS)

$M_{0Ed}$  Moment du premier ordre sous combinaison ELU

$$\bullet \varphi_{ef} = 0.68 * 7,04 / 20,63 = 0.232$$

§ 5.8.4 (2) EC2

## 5. CRITERES POUR EFFETS DU SECOND ORDRE

- coefficient d'élançement de la pile

$$\lambda = l_0 / i = \frac{2 * 26 * \sqrt{12}}{1.5}$$
$$\lambda = 120$$

- coefficient d'élançement limite

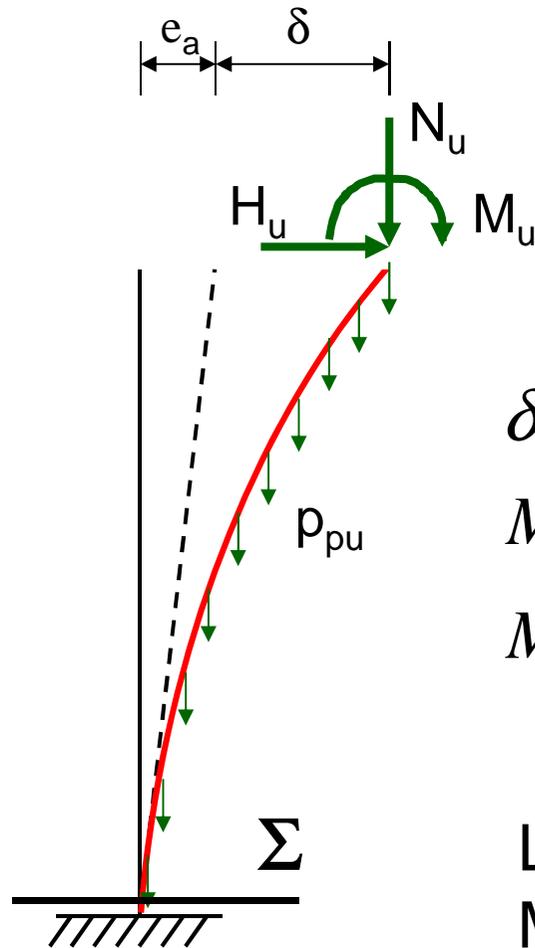
$$\lambda_{lim} = 20.A.B.C / \sqrt{n}$$
$$\lambda_{lim} = 20 * 0.96 * 1.23 * 0.7 \sqrt{78 / (10 * 1.5 * 40)}$$

$$\lambda_{lim} = 45$$

**=> on ne peut pas négliger les effets du second ordre**

## 6. METHODE GENERALE : $M(1/r)$ EXTERNE

- RELATION MOMENT / COURBURE EXTERNE



$$\delta = 1/r \cdot (2h/\pi)^2$$

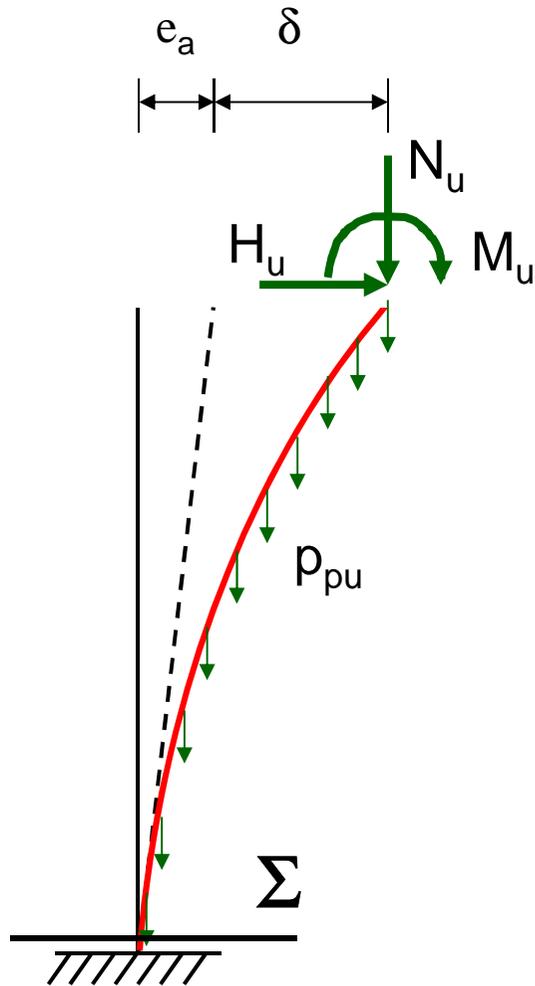
$$M = M_{0Ed} + N_u \cdot \delta + N_{pp} \cdot \delta / 3$$

$$M = M_{0Ed} + (N_u + N_{pp} / 3) \cdot (2h/\pi)^2 \cdot 1/r$$

Loi Moment-Courbure externe  
 $M(1/r)$  EXTERNE linéaire

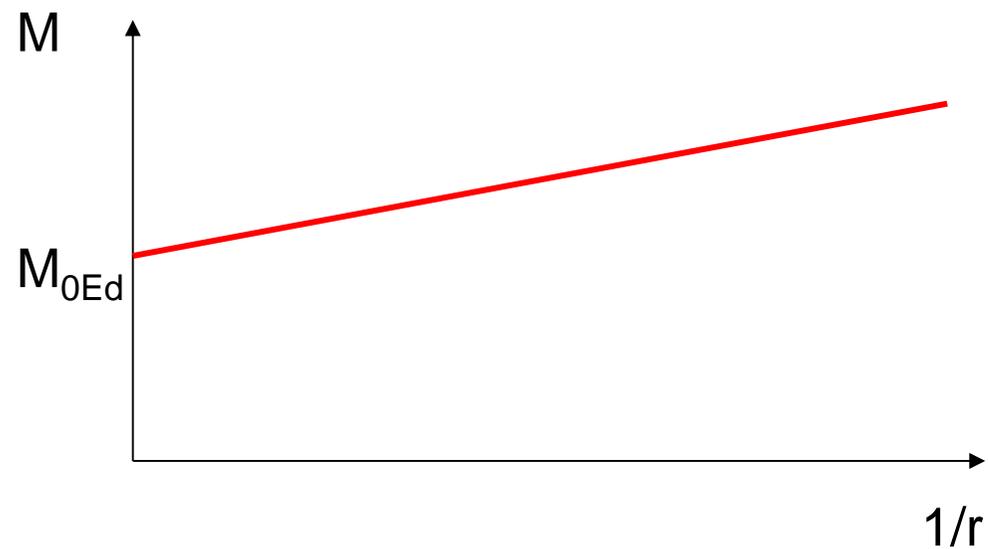
§ 5.8.6 EC2

## 6. METHODE GENERALE : $M(1/r)$ EXTERNE



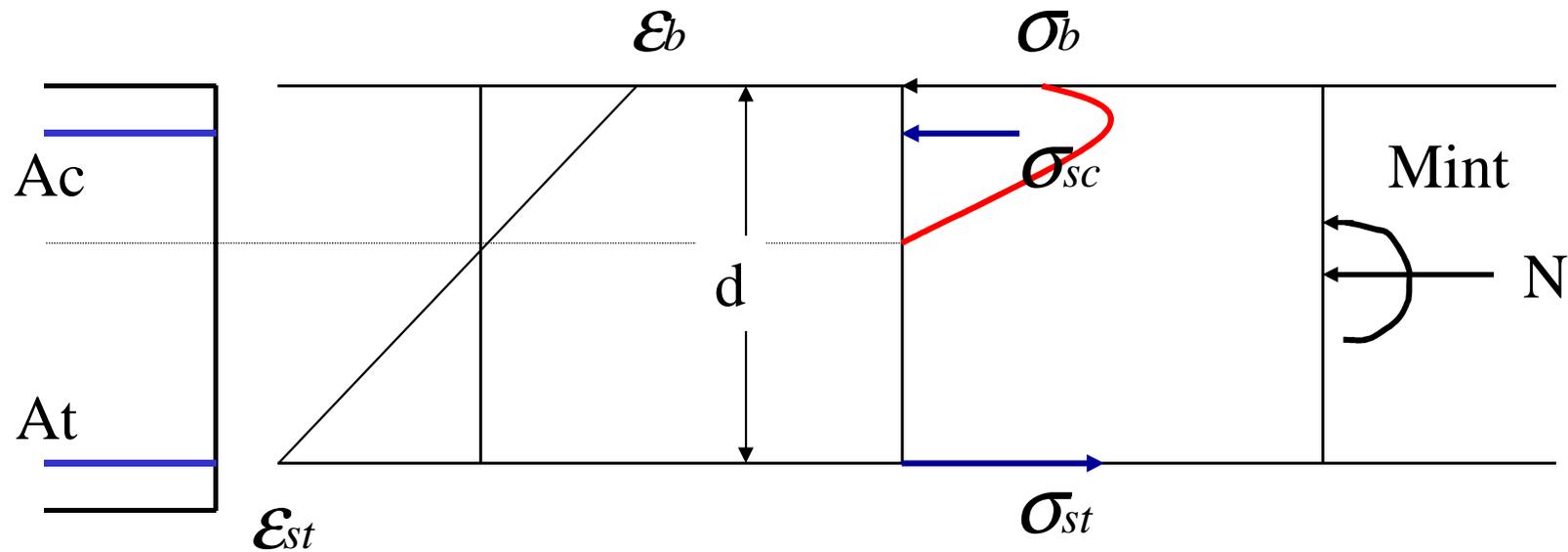
dans la section critique :

$$M(1/r)_{\text{EXTERNE}} = 20,63 + 19\,116 (1/r)$$



## 6. METHODE GENERALE : $M(1/r)$ INTERNE

- RELATION MOMENT / COURBURE INTERNE



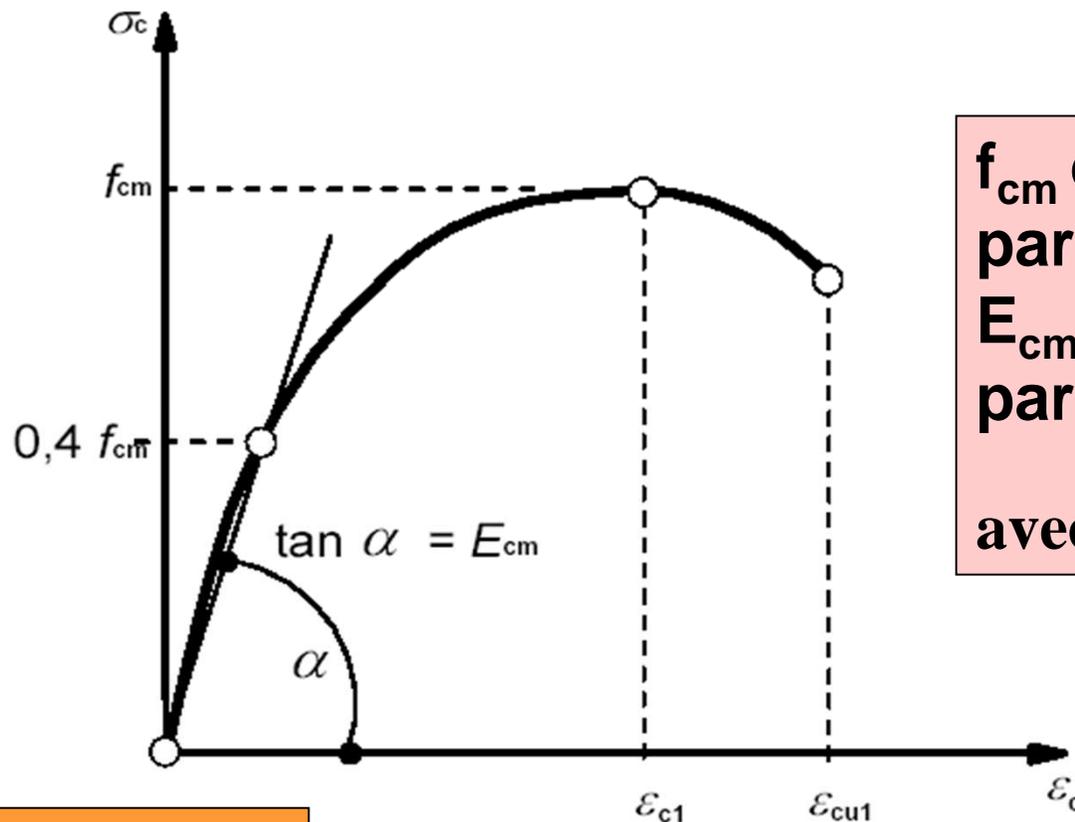
$$1/r = (\varepsilon_b - \varepsilon_{st}) / d$$

$$M_{int}(1/r)$$

§ 5.8.6 EC2

# 1. BETON

Relation contrainte-déformation pour la méthode générale



$f_{cm}$  est remplacé  
par  $f_{cd}$   
 $E_{cm}$  est remplacé  
par  $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE}$   
avec  $\gamma_{cE} = 1.2$

§ 5.8.6 (3) EC2

# 1. BETON

## Relation contrainte-déformation pour la méthode générale

### 3.1.5 Relation contrainte-déformation pour l'analyse structurale non-linéaire

(1) La relation entre  $\sigma_c$  et  $\varepsilon_c$  pour le chargement uni-axial de courte durée, illustrée sur la Figure 3.2 (contrainte de compression et raccourcissement exprimés en valeurs absolues), est donnée par l'Expression (3.14) :

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad (3.14)$$

dans laquelle :

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$\varepsilon_{c1}$  est la déformation au pic de contrainte, telle qu'indiquée dans le Tableau 3.1

$$k = 1,05 E_{cm} \times |\varepsilon_{c1}| / f_{cm} \quad (f_{cm} \text{ selon Tableau 3.1}).$$

L'Expression (3.14) vaut pour  $0 < |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{cu1}|$  où  $\varepsilon_{cu1}$  est la valeur nominale de la déformation ultime.

(2) D'autres relations contrainte-déformation simplifiées peuvent être appliquées, sous réserve qu'elles représentent correctement le comportement du béton considéré.

### § 5.8.6 (3) EC2

# 1. BETON : RESISTANCE DE CALCUL

Résistance de calcul du béton :

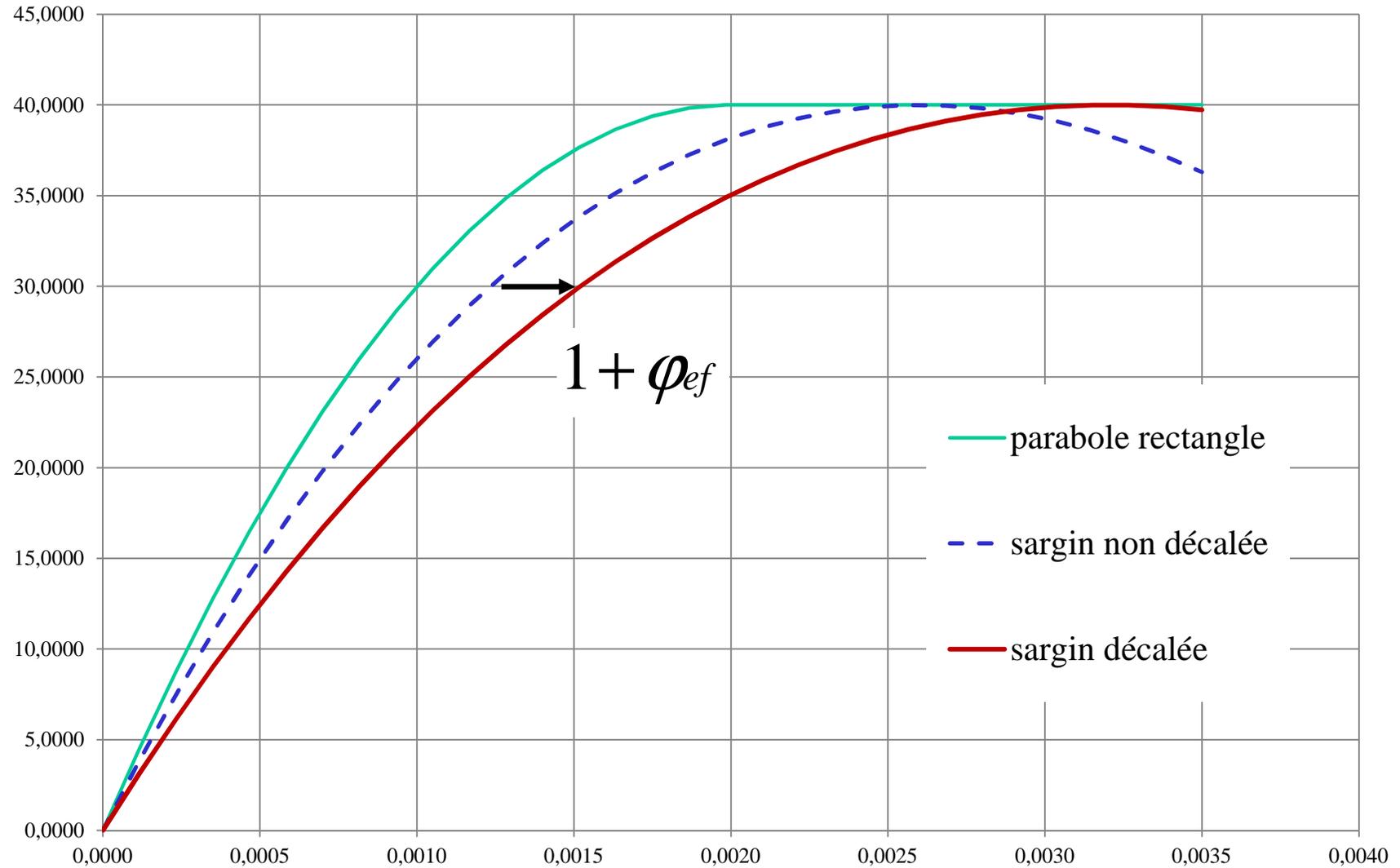
$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$$

Avec :

- $\alpha_{cc}$  compris en 0.8 et 1.0 :  
1.0 recommandé par EC2 part 2 DAN et 0.85 par EC2 part 2 ( $\alpha_{cc} = 1$  par la suite)
- $\gamma_c = 1.5$

§ 3.1.6 EC2

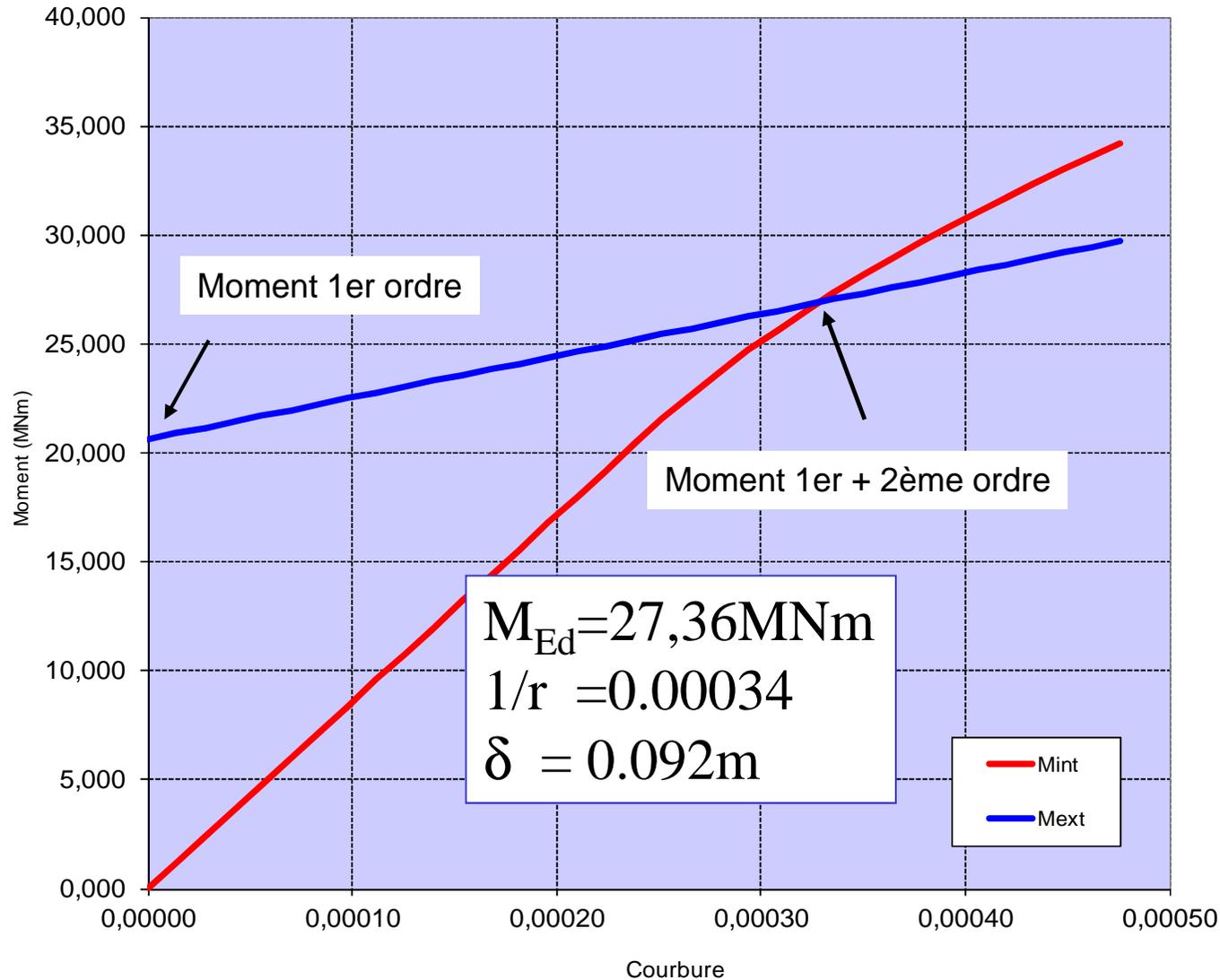
# 7. METHODE GENERALE : $M(1/r)_{\text{EXTERNE}}$ - LOI $(\sigma, \varepsilon)$ BETON



§ 5.8.6 EC2

# 8. VERIFICATION DE LA STABILITE

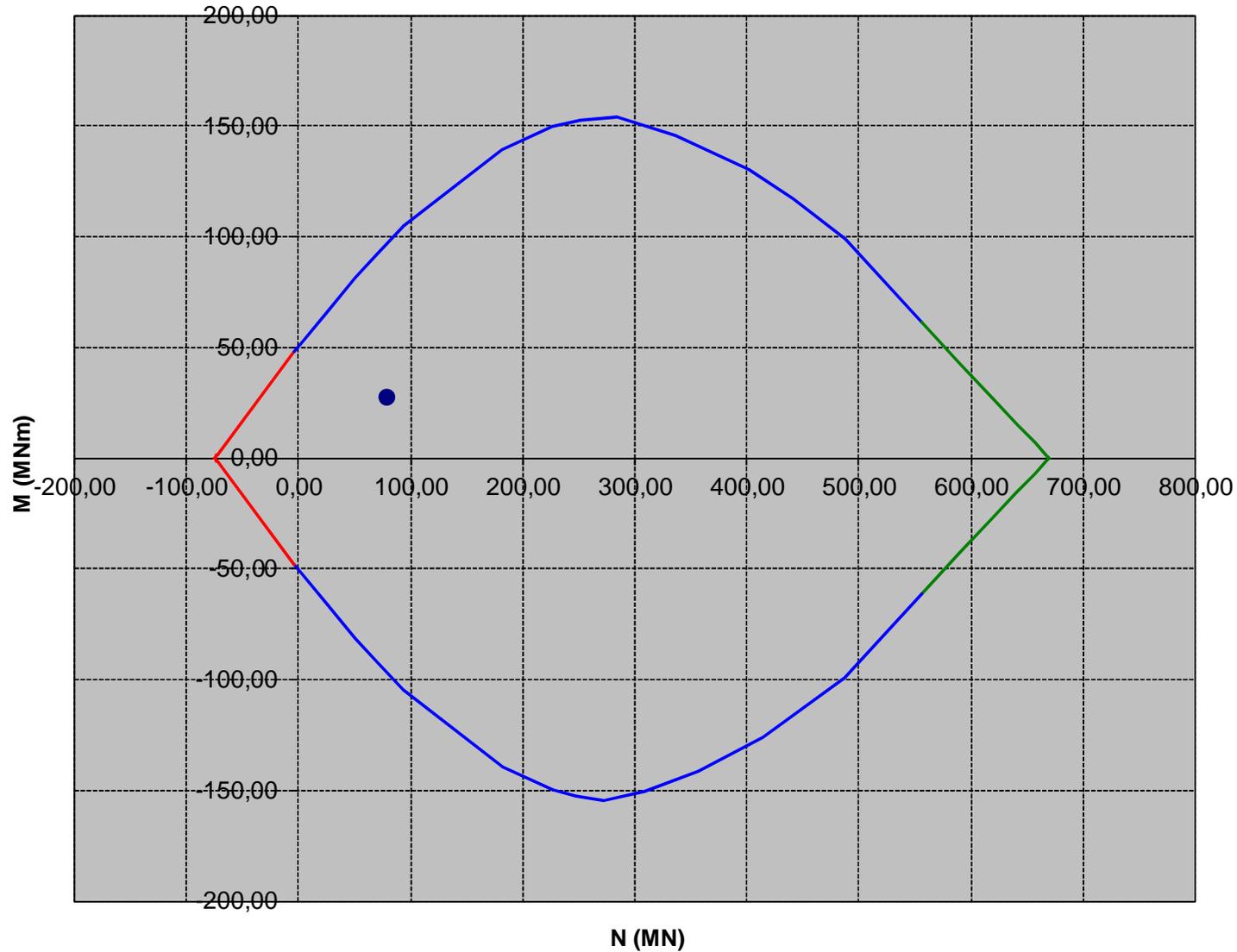
FLAMBEMENT - MOMENT / COURBURE - EC2



b =	10,00	m
h =	1,50	m
d =	1,40	m
A <sub>inf</sub> =	804,00	cm <sup>2</sup>
c =	0,10	m
A <sub>sup</sub> =	804,00	cm <sup>2</sup>
c' =	0,10	m
f <sub>ck</sub> =	60,00	MPa
f <sub>cd</sub> =	40,0	MPa
ε <sub>cu2</sub> =	0,0030	
ε <sub>c1</sub> =	0,0026	
E <sub>cm</sub> =	39 000	
E <sub>cd</sub> =	32 500	MPa
φ <sub>eff</sub> =	0,232	
f <sub>yk</sub> =	500,00	MPa
f <sub>yd</sub> =	434,8	MPa
E <sub>s</sub> =	200 000	MPa
ε <sub>ud</sub> =	0,0450	
k-1 =	0,08	
N <sub>ELU</sub> =	78,49	MN
M <sub>0Ed</sub> =	20,627	MNm
l <sub>0</sub>	52	m
N <sub>ppELU</sub> =	13,69	MN
M <sub>Ed</sub>	27,36	MNm
1/r	0,00034	
e <sub>2</sub>	0,092	m

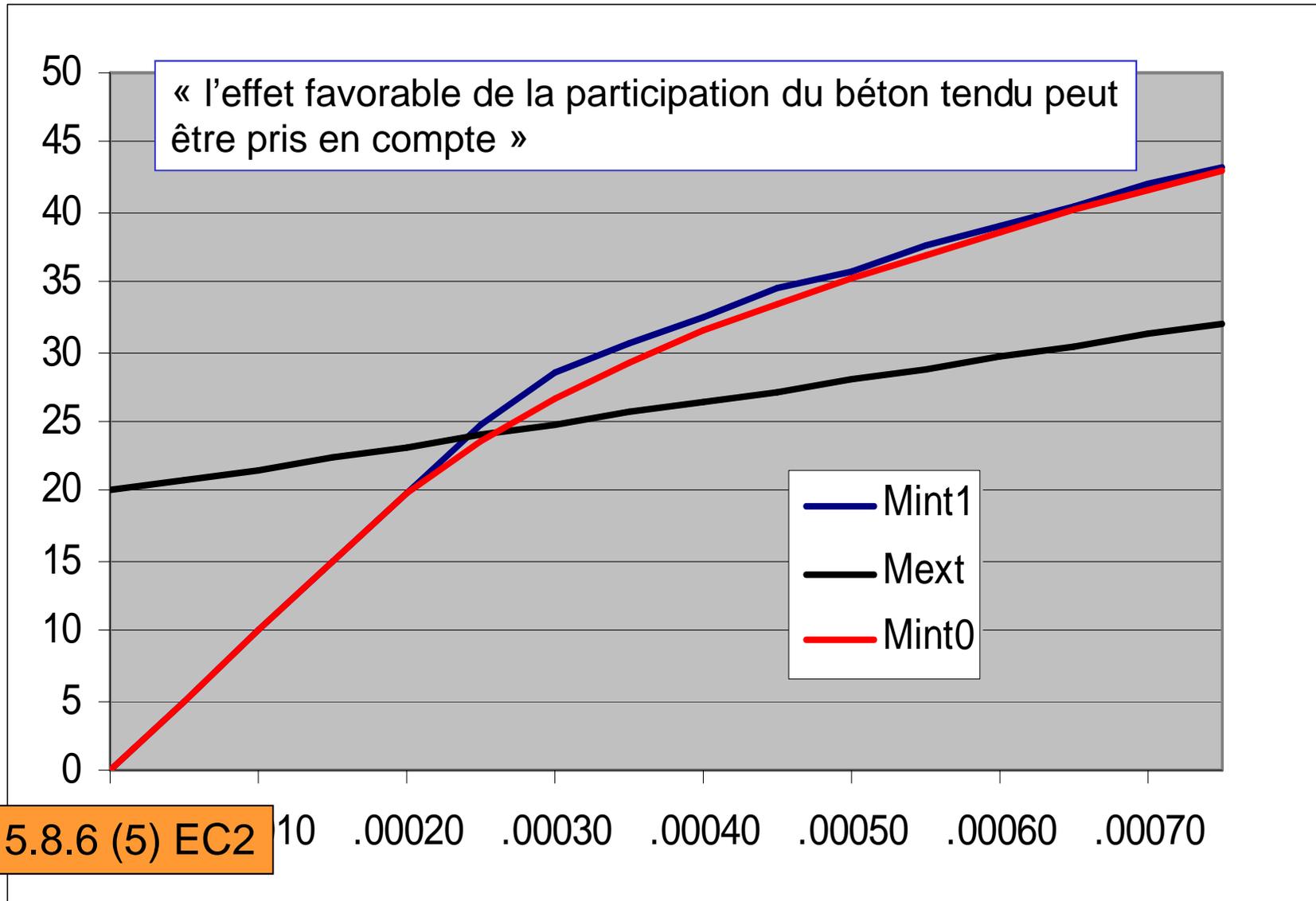
# 8. VERIFICATION E.L.U. A L' EQUILIBRE

Diagramme d'interaction - Section rectangulaire - EC2



b =	10,00	m
h =	1,50	m
d =	1,40	m
A <sub>inf</sub> =	804,00	cm <sup>2</sup>
c =	0,100	m
A <sub>sup</sub> =	804,00	cm <sup>2</sup>
c' =	0,100	m
f <sub>ck</sub> =	60,00	MPa
f <sub>cd</sub> =	40,0	MPa
ε <sub>cu2</sub> =	0,0035	
ε <sub>c1</sub> =	0,0020	
f <sub>yk</sub> =	500,00	MPa
f <sub>yd</sub> =	434,8	MPa
ε <sub>ud</sub> =	0,0450	
k-1 =	0,08	
N <sub>ELU</sub> =	78,49	MN
M <sub>ELU</sub> =	27,36	MN

## 8. VERIFICATION DE LA STABILITE – avec béton tendu



## 9. METHODE BASEE SUR L'EVALUATION DE LA RAIDEUR

- 1 - RAIDEUR NOMINALE

$EI$

Fissuration, fluage et aciers passifs

- 2 - FORCE CRITIQUE DE FLAMBEMENT

$N_B$

A partir de  $EI$

- 3 - MOMENT TOTAL

$M_{ED}$

Par comparaison de  $N_B$  et  $N_{Ed}$

§ 5.8.7 EC2

## 9. EVALUATION DE LA RAIDEUR

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

RAIDEUR NOMINALE

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \phi_{ef})$$

COEFFICIENT POUR FISSURATION  
FLUAGE ET ACIERS PASSIFS

$$k_1 = \sqrt{f_{ck} / 20}$$

$$k_2 = N_{Ed} / (A_c f_{cd}) \frac{\lambda}{170} \leq 0.2$$

$$E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE}$$

VALEUR DE CALCUL DU MODULE BETON  
( $\gamma_{cE} = 1.2$ )

$I_c$

INERTIE BETON

$$K_s = 1$$

$I_s$

INERTIE ACIERS PASSIFS

§ 5.8.7.2 EC2

## 9. MOMENT TOTAL

$$N_B = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2}$$

FORCE CRITIQUE DE FLAMBEMENT

$$M_{ED} = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{(N_B / N_{Ed}) - 1} \right]$$

$$\beta = \pi^2 / c_0$$

$c_0$

dépend de la distribution du moment de premier ordre :

8 moment constant

9.6 moment parabolique

12 distribution symétrique triangulaire

§ 5.8.8.2 EC2

## 9.METHODE BASEE SUR L'EVALUATION DE LA COURBURE

$$1/r = K_r \cdot K_\phi \cdot 1/r_0$$

COURBURE

$$K_r = (n_u - n) / (n_u - n_{bal}) \leq 1$$

Correction dépendant de  
l'EFFORT NORMAL

$$n = N_{ED} / (A_c f_{cd})$$

Effort normal relatif

$$n_u = (1 + \omega)$$

$$n_{bal} = 0.4$$

n correspondant M résistant max

$$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$$

Correction dépendant  
DU FLUAGE

$$K_\phi = 1 + \beta \Phi_{ef}$$

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd} / (0.45d)$$

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$$

§ 5.8.8.3 EC2

## 9. METHODE BASEE SUR L'EVALUATION DE LA COURBURE

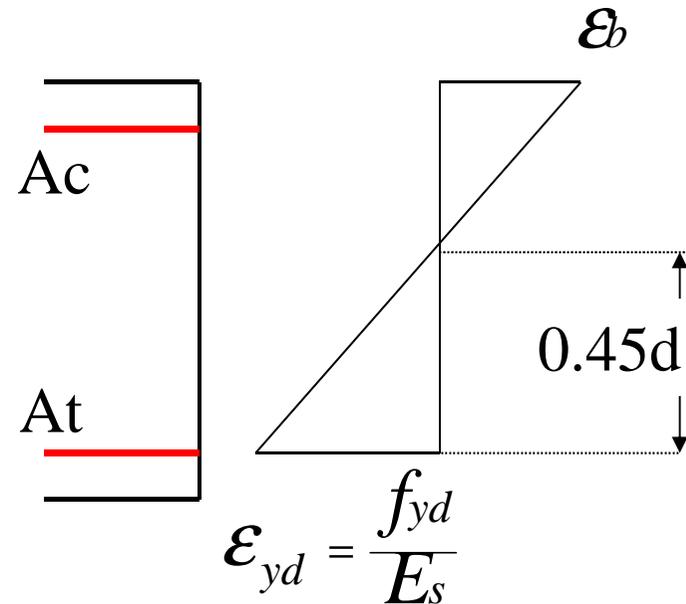
- COURBURE

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd} / (0.45d)$$

- MOMENT

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2$$
$$e_2 = (1/r) \cdot \frac{l_0^2}{c}$$

§ 5.8.8.3 EC2

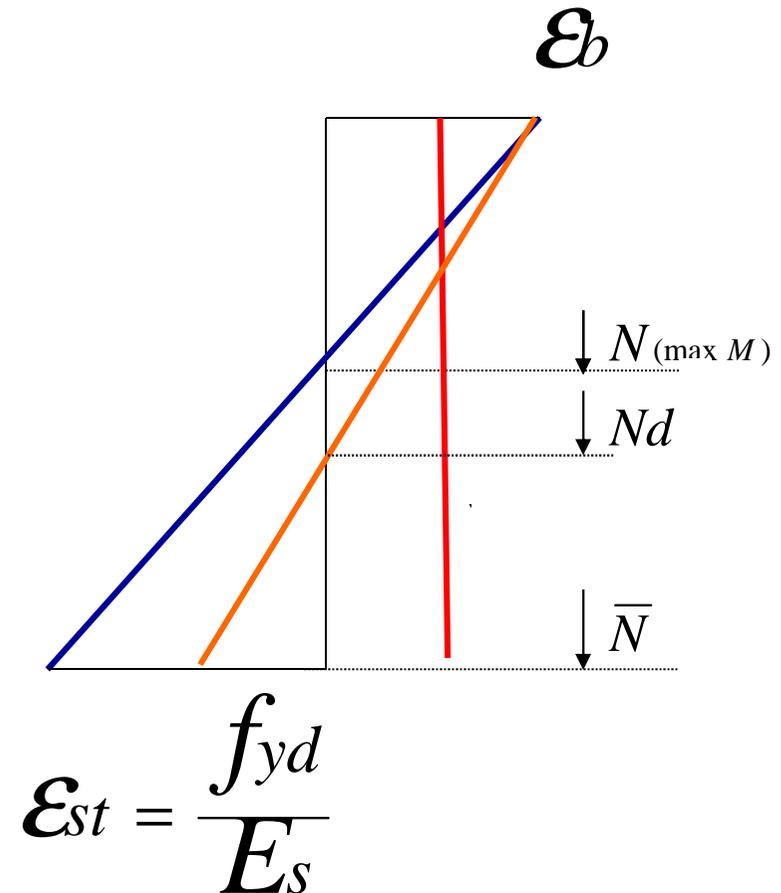


c dépend de la distribution de la courbure totale

$$c = \pi^2 \quad \text{sinusoïde}$$

# 9. METHODE BASEE SUR L'EVALUATION DE LA COURBURE

$$K_r = \frac{\bar{N} - Nd}{\bar{N} - N_{(\max M)}}$$



§ 5.8.8.3 EC2