

# Economie de la production de services de transport

Cours d'économie des transports,  
Séance 2, octobre 2008

# Intérêt d'étudier la structure des coûts

- Pour une entreprise :
  - Être efficace (cost-efficiency)
  - déterminer la tarification,
  - décider les investissements (incertitude).
- Pour un régulateur :
  - Connaître la structure de marché -> régulation
  - En cas de fourniture de service public :
    - Mesurer l'efficacité des entreprises productives de transport
    - Déterminer les prix
    - Négocier les contrats

# Objectif de la séance

- Introduire les outils d'analyse de la production de services de transport
- Expliquer le comportement des producteurs de service de transport.
- Proposer des indications sur les moyens de corriger/pallier le fonctionnement du marché lorsque c'est nécessaire.

# Plan de la séance

- 0. Définitions préliminaires d'économie industrielle.
- 1. Modélisation de la production.
- 2. Production optimale : la fonction de coût.
- 3. Comportement du producteur.

# 0. Définitions préliminaires d'économie industrielle

- Agents
  - Producteur
  - Consommateur
- Relations entre les agents
  - Concurrence
  - Complémentarité verticale
  - Complémentarité horizontale
- Cas : analyse systémique simplifiée de la prestation de service logistique.

# Producteur

- Le **producteur (producer)** transforme des **facteurs (inputs)** en **produits (outputs)**, ayant pour vocation d'être consommés, ou en déchets.
- Possibilités de transformation = **technologie**.
- Producteur : agent économique (entreprise, individu, institution).
- Exemples :
  - Le conducteur utilise son **véhicule**, du **carburant** et son **temps** afin de produire un **déplacement**.
  - Le transporteur routier utilise ses **chauffeurs**, ses **camions** et du **carburant** et le **temps d'attente** des marchandises afin de transporter des marchandises.

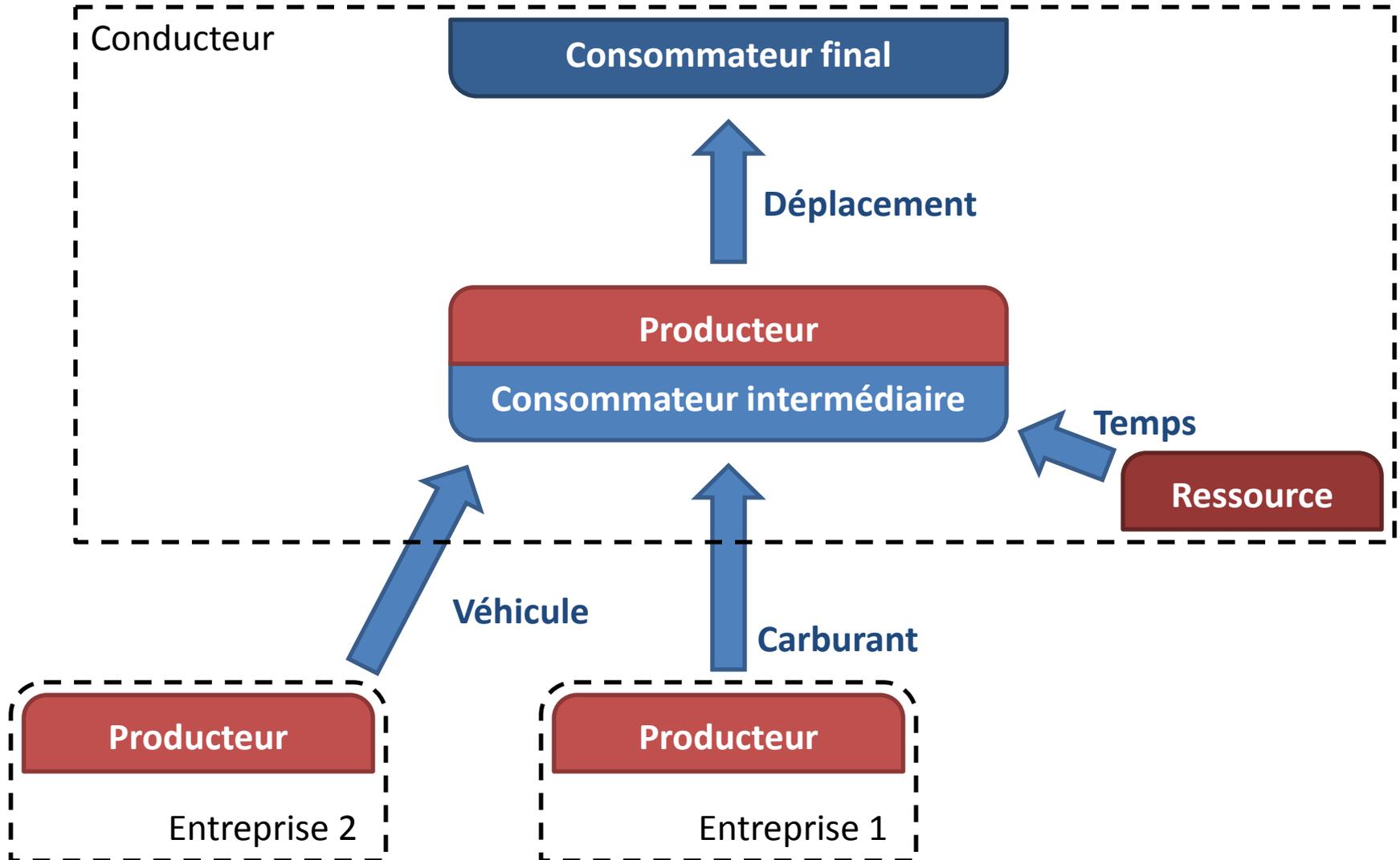
# Consommateur

- Le **consommateur (consumer)** utilise des biens ou services.
- Le consommateur a des **préférences** -> utilité
- Consommateur : agent économique. Il peut être le producteur du service qu'il consomme.
- Exemples :
  - Le conducteur consomme le déplacement qu'il produit au moyen de son véhicule, de carburant et de son temps.
  - L'expéditeur d'un colis consomme l'opération de transport produite par l'entreprise de messagerie.

# Consommateur final

- Un individu est un **consommateur final** lorsqu'il consomme un bien ou service pour sa valeur intrinsèque.
- Dans tous les autres cas : **consommation intermédiaire**.
- Exemples :
  - Déplacement domicile-loisir : consommation intermédiaire, indispensable à la consommation de l'activité de loisir.
  - Promenade : le promeneur est consommateur final du déplacement qu'il produit.

# Exemple : promenade en moto



# Remarques sur la demande de transport de fret

- Un bien est **daté et localisé** -> **économie spatiale**
- Consommation finale **dispersée dans l'espace.**
- Consommation finale et ressources inégalement réparties (pas de backyard capitalism).
- **Economies d'échelles** dans les opérations de transformation.
- Besoin de déplacement des marchandises : **demande dérivée.**

# Relations entre les agents

- Représentation **concise** d'un système **complexe**.
  - Agents hétérogènes, relations complexes
  - Opérations complexes
- Relations de marché :
  - Relation de concurrence.
  - Relation de complémentarité verticale.
  - Relation de complémentarité horizontale.
- Relations d'impact, ou externes.

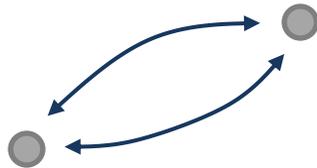
# Concurrence

- Un acheteur dispose de produits similaires produits par des agents distincts. Ces agents sont en **concurrence (competition)**.
- Divers degrés de concurrence.
- Conditions de la **concurrence parfaite** :
  - Produits identiques,
  - Entreprises de taille atomique,
  - Information parfaite des consommateurs,
  - Prix unique fixé par commissaire priseur pour équilibrer S et D.

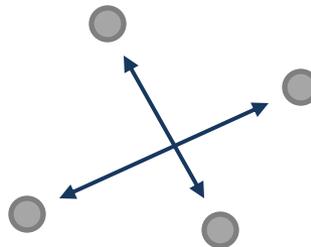
Elles sont rarement réunies en transport.

# Complémentarité

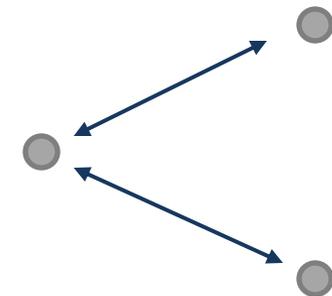
- Une entreprise consomme un input produit par une autre entreprise unique : **complémentarité verticale**.
  - Exemple : constructeur automobile et équipementier.
- Des entreprises produisent des biens apparemment similaires, mais qui satisfont des demandes distinctes : **complémentarité horizontale**.
  - Exemple : deux lignes de transport en commun.



Concurrence



**Complémentarité spatiale**

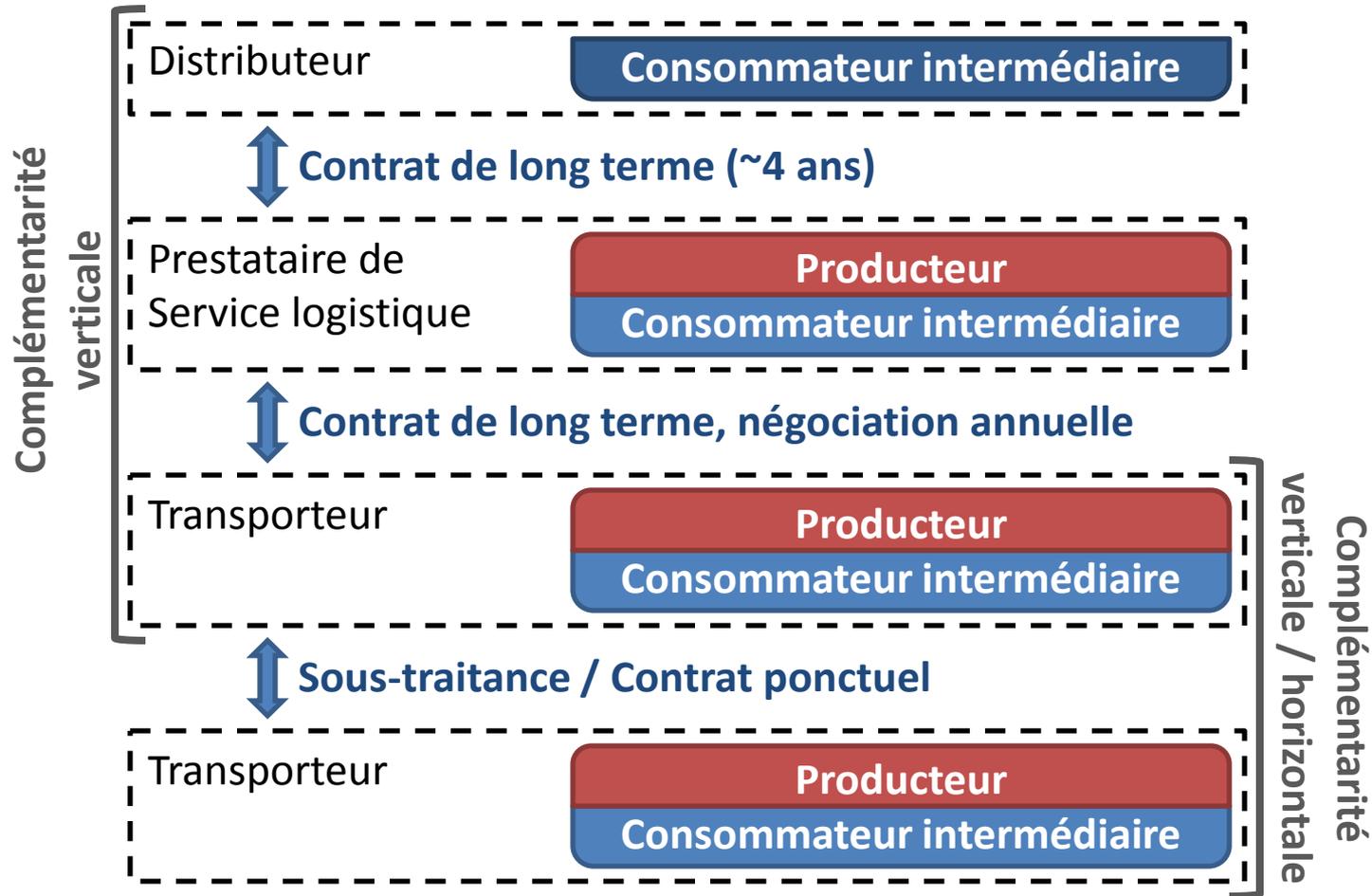


Complémentarité spatiale ; de plus, chaque ligne apporte des clients à l'autre.

# Impact

- Lorsque la production d'un output est indissociable de celle d'un autre output : **production jointe**.
- Exemples :
  - Voyage de retour en transport de fret.
  - Emission de polluants en transport (déchets)/.
- Effet sur un agent extérieur à la transaction : **impact externe**.
- Exemples :
  - Impact positif : économies d'échelle au niveau d'un secteur; effets économiques d'une meilleure mobilité des biens et des personnes (hors considérations d'équité, à ne pas négliger bien sûr.)
  - Impact négatif : pollution locale, globale ; congestion.

# Analyse systémique simplifiée de la prestation de service logistique. Types de relation contractuelle



# Conclusion

- Identification des agents, de leurs comportements, de leurs relations et des variables pertinentes :
  - utile à la compréhension du système étudié,
  - indispensable à la modélisation,
  - permet la mobilisation de résultats d'économie.
- Etude d'un système complexe pour :
  - Représentation concise par modélisation (pas nécessairement mathématique).
  - Diagnostic et aide à la décision.

# 1. Modélisation de la production : fonction de production

- Définition, propriétés.
- Formes classiques.
  - Linéaire
  - Leontiev
  - Cobb-Douglas
  - Constant Elasticity of Substitution
- Exemple : le modèle Economic Order Quantity.

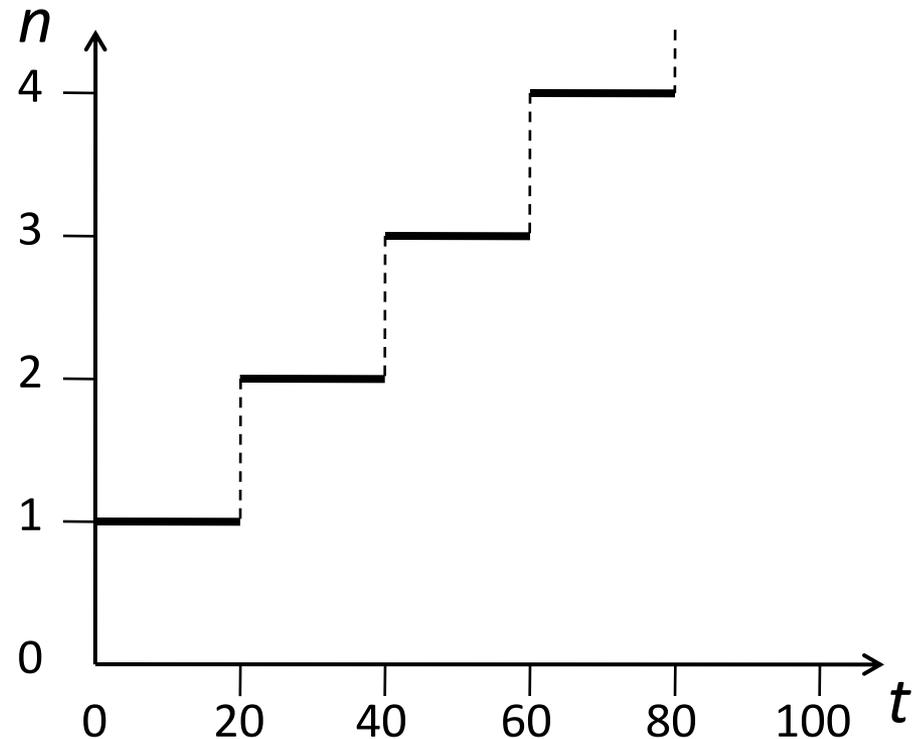
# Définitions

- Espace des **produits** :  $n$  produits,  $n$  dimensions
- Espace des **transformations** : technologie.  
 $(-x_1, x_2) \in T$  : avec  $x_1$  unités de 1 je peux produire  $x_2$  unités de 2.
- Espace des **transformations optimales** (non dominées) résumé par la fonction de production  $F$ , vérifiant  $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$ .
- Cas à un produit. Réécriture sous forme de fonction de production  $f : y = f(x_1, \dots, x_n)$ .

## Exemple : un facteur, un produit

- Pour transporter  $t$  tonnes de marchandises de A à B, il faut au minimum  $n$  camions :

$$n = \left\lfloor \frac{t}{20} \right\rfloor + 1$$



## Plusieurs facteurs, un produit

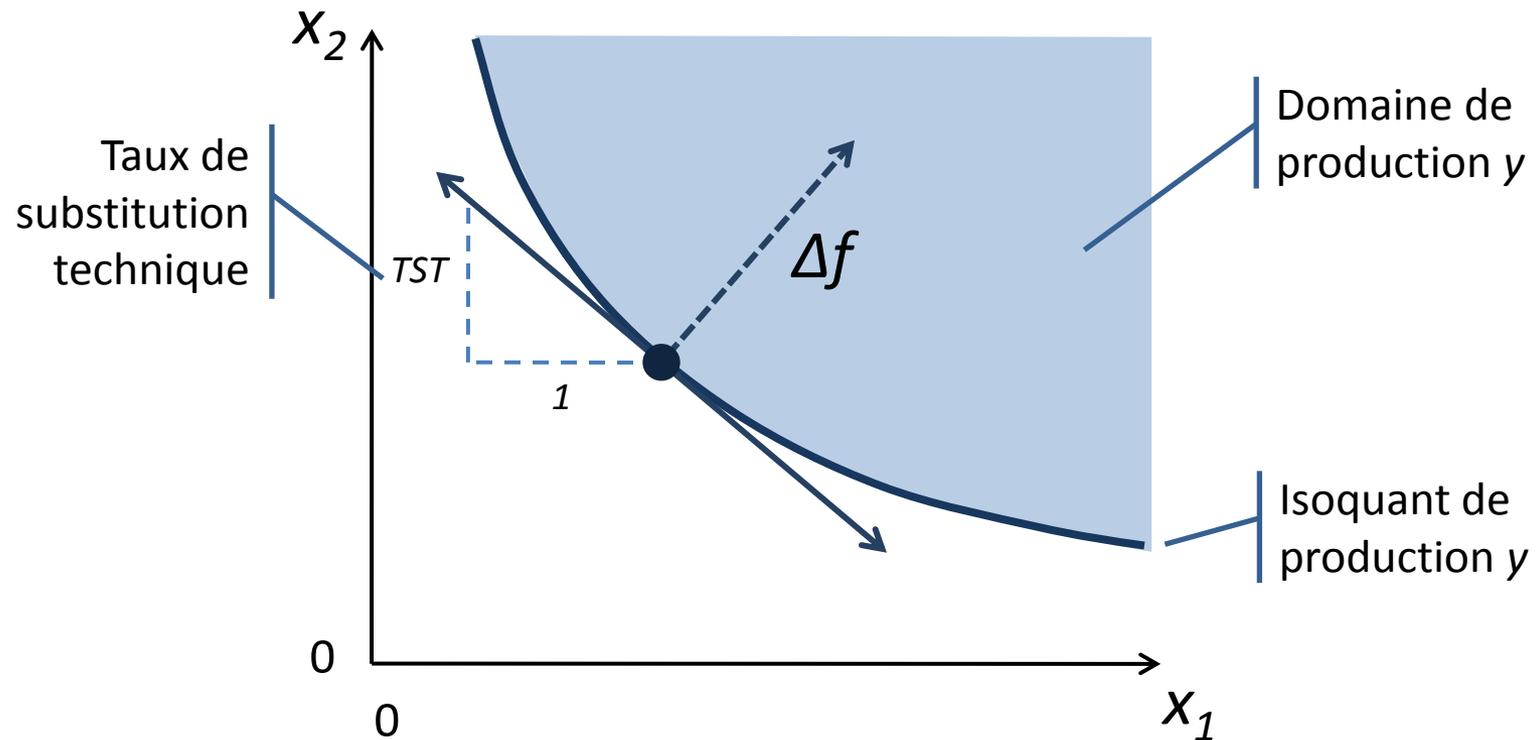
- $y$  est un vecteur à 1 dimension,  $\{y\}$ .
- $x$  est un vecteur à  $n$  dimensions, de composantes  $\{x_i\}$
- Combinaisons possibles non dominées permettant de produire  $y$  : **isoquant**.
- Changement local de combinaison de facteurs :  $dx_i, dx_j$  tel que  $y$  est inchangé :

$$\frac{dx_j}{dx_i} = -\frac{f_i}{f_j} = TST$$

**Taux de substitution technique.**

# Représentation graphique.

- Production d'un niveau donné  $y$  de produit à partir de deux types de facteurs en quantité  $x_1$  et  $x_2$ .

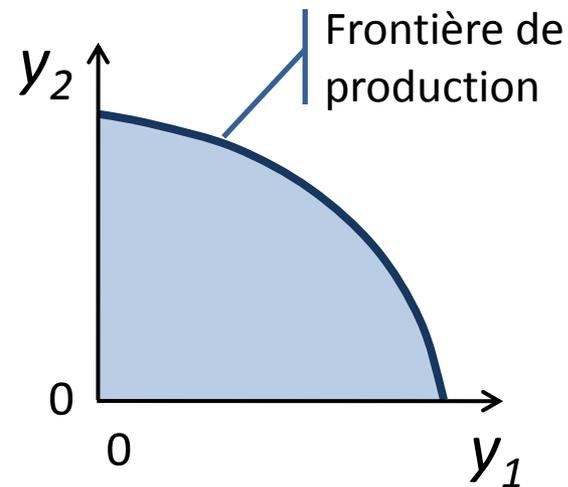


# Plusieurs facteurs, plusieurs produits

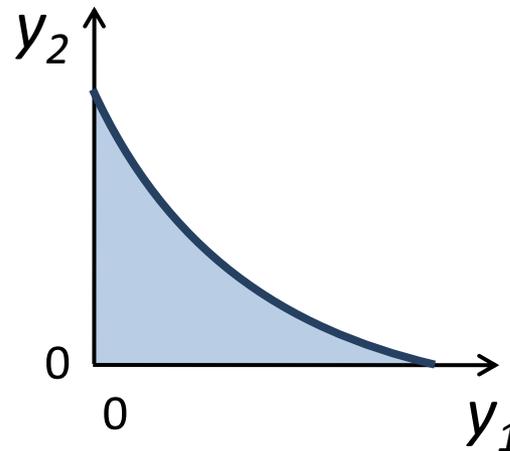
- $\mathbf{y}$  est un vecteur à  $m$  dimension, de composantes  $\{y_i\}$ .
- $\mathbf{x}$  est un vecteur à  $n$  dimensions, de composantes  $\{x_i\}$
- Combinaisons possibles non dominées permettant de produire  $\mathbf{y}^0$  : **isoquant**. Ensemble des  $\mathbf{x}$  vérifiant  $F(\mathbf{x}, \mathbf{y}^0) = 0$
- Production possible avec une dotation d'inputs  $\mathbf{x}^0$  : **frontière de production**. Ensemble des  $\mathbf{y}$  vérifiant  $F(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}) = 0$  (ex: frontière de production d'une économie)

# Représentation graphique.

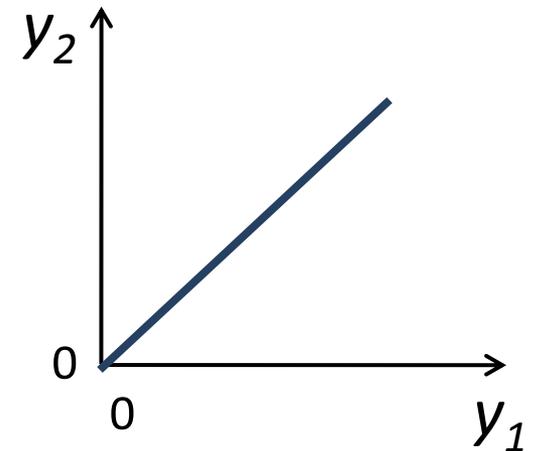
- Productions de produits  $y_1$  et  $y_2$  à partir d'un niveau donné de facteur  $x$ .



Produits complémentaires



Produits substituables



Produits joints

## Exemple : le retour à vide en fret

- Produits joints



- Facteur :  $m$ , mouvement aller-retour.
- Produit 1 :  $y_{A \rightarrow B}$ , service de transport de A vers B.
- Produit 2 :  $y_{B \rightarrow A}$ , service de transport de B vers A.
- Les opérations de transport de A vers B et de B vers A sont produites conjointement, en proportion fixe.
- Exemple : NMPP. Solution?

# Exemple : production de plusieurs services portuaires.

- Plusieurs outputs :
  - *CGC* : Containerised General Cargo.
  - *NCGC* : Non Containerised General Cargo.
  - *DB* : Dry Bulk.
  - *LB* : Liquid Bulk.
- Plusieurs inputs :
  - *L* : Labour.
  - *A* : Amortisation.
  - *I* : Other expenses.

# Propriétés des fonctions de production

- Productivité marginale du facteur  $x_i$  :

$$f_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

- Productivité moyenne du facteur  $x_i$  :

$$\frac{f}{x_i}$$

- Rendements d'échelle :

– croissants :  $\forall \lambda \geq 1, f(\lambda \mathbf{x}) \geq \lambda \cdot f(\mathbf{x})$

– constants :  $\forall \lambda \geq 1, f(\lambda \mathbf{x}) = \lambda \cdot f(\mathbf{x})$

– décroissants :  $\forall \lambda \geq 1, f(\lambda \mathbf{x}) \leq \lambda \cdot f(\mathbf{x})$

# Elasticité de substitution

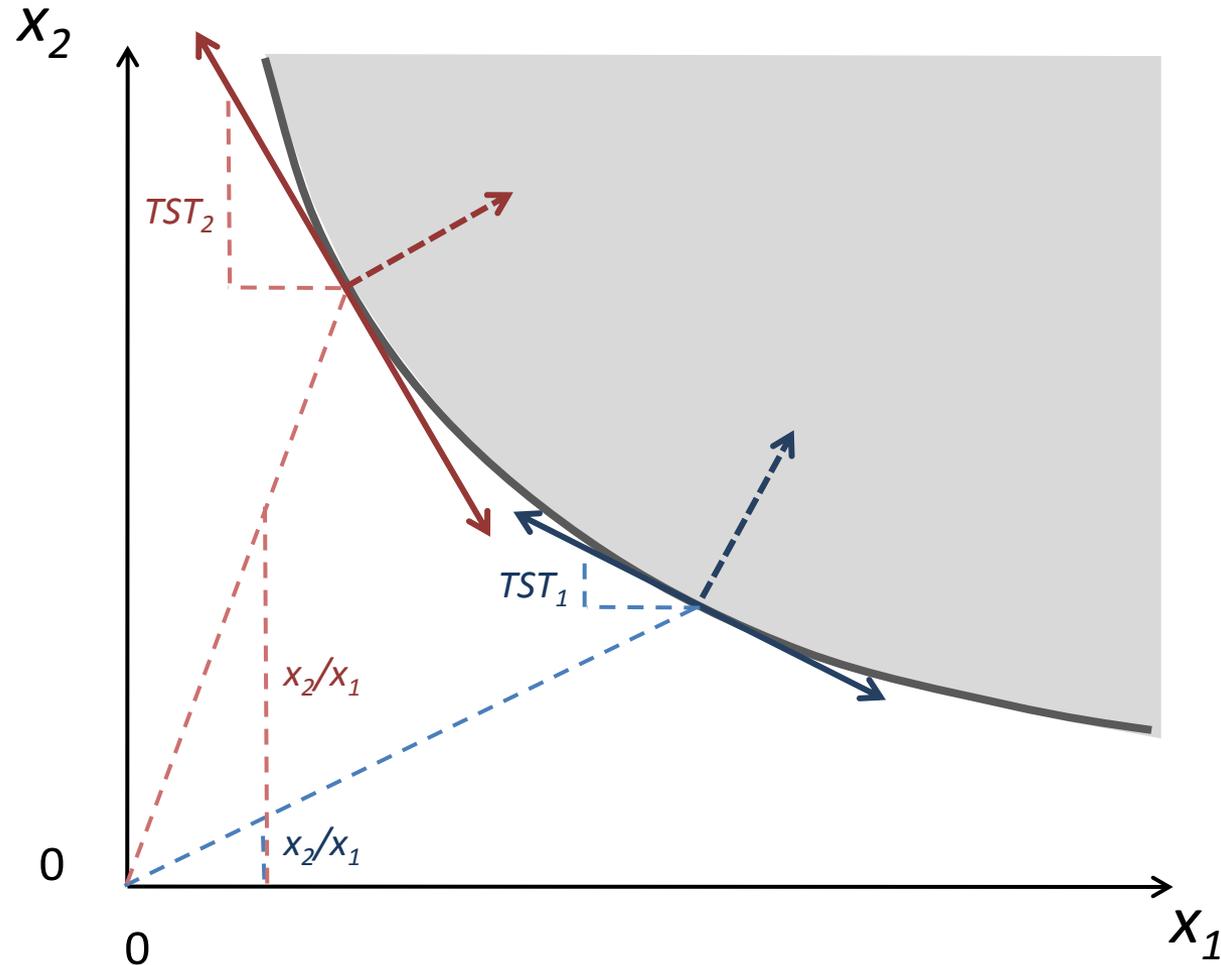
- Rappel : Elasticité de la fonction  $f$  par rapport à la variable  $x$ .

$$\varepsilon_{f,x} = \frac{d \ln f}{d \ln x} = \frac{df/f}{dx/x} = \frac{x}{f} \frac{\partial f}{\partial x}$$

- Elasticité de substitution :

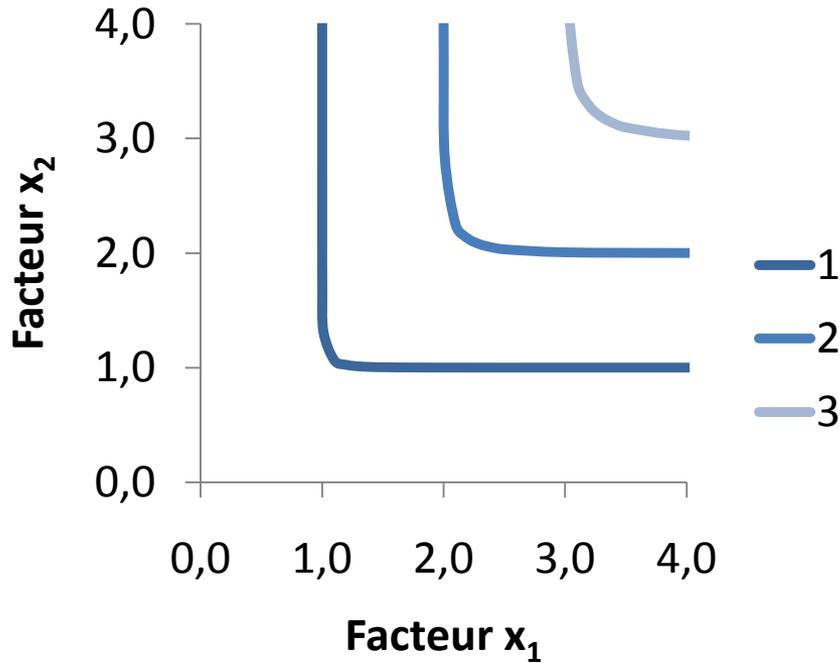
$$\varepsilon = \frac{d \ln(x_2/x_1)}{d \ln TST}$$

# Elasticité de substitution

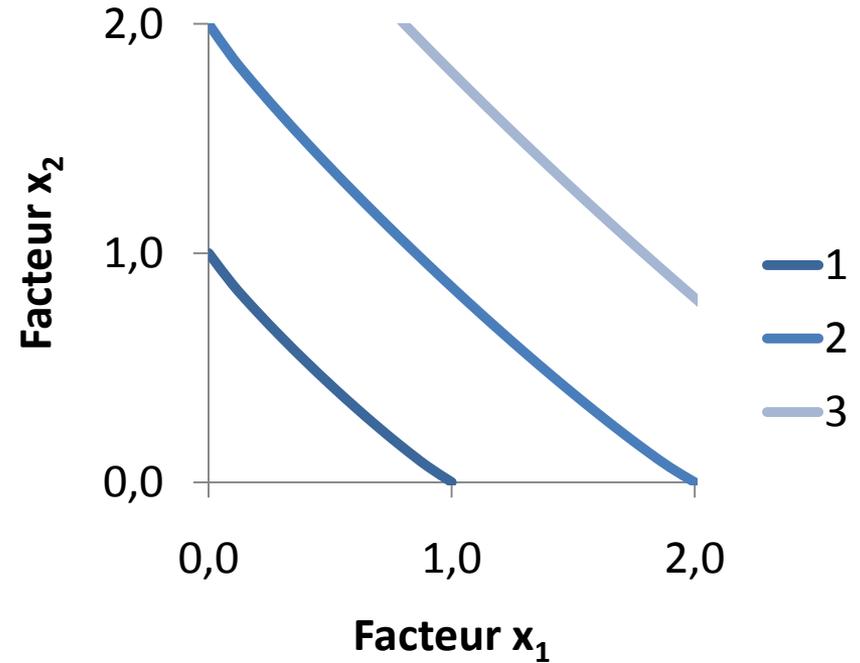


# Différentes élasticités de substitution

- $s = 0.1$



- $s = 10$

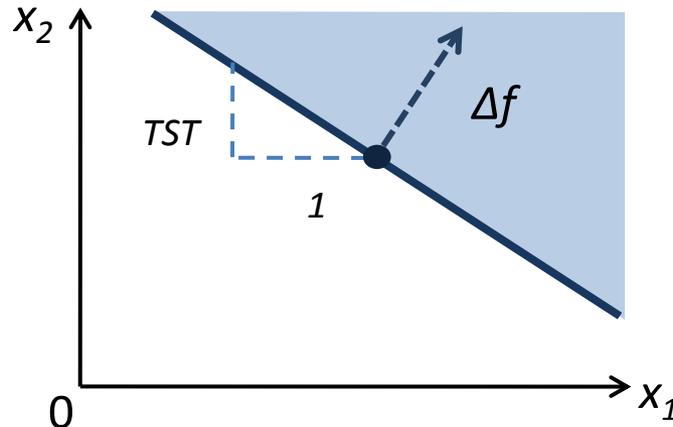


# Formes classiques de fonction de production.

- Fonction de production additive.
- Fonction de Leontiev.
- Fonction de Cobb-Douglas.
- Fonction CES.

# Formes classiques : fonction additive.

- Inputs parfaitement substituables :  $y = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i$   
Les  $a_i$  sont des constantes.
- Isoquante linéaire.



- TST constant, élasticité de substitution infinie, rendements constants.

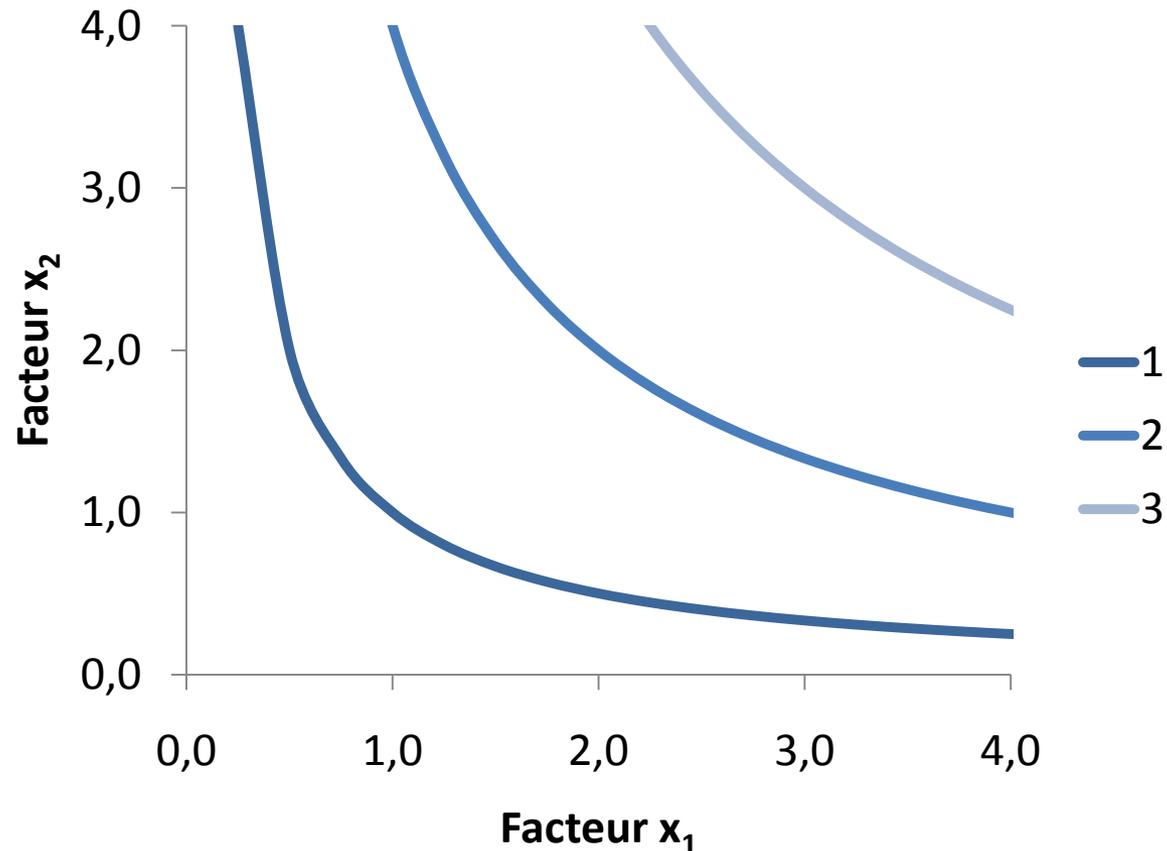
## Formes classiques : fonction additive.

- Exemple : automobiliste disposant d'une voiture essence.
  - Efficacité Super 95 : 6,5 L/100 km.
  - Efficacité Sans-Plomb 98 : 6 L/100 km.
- Fonction de production de  $l$  kilomètres de déplacement :

$$l = \frac{x_{S95}}{0,065} + \frac{x_{SP98}}{0,06}$$

# Formes classiques : Cobb-Douglas.

- Isoquantes, cas  $A = 1$ ,  $a_1 = 0.5$ ,  $a_2 = 0.5$

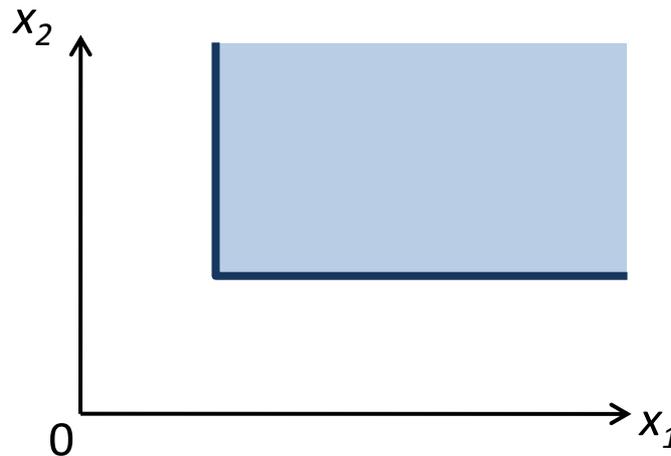


## Formes classiques : Leontiev.

- Inputs parfaitement complémentaires :

$$y = \min\{a_i \cdot x_i\}$$

- Isoquante :



- Élasticité de substitution nulle, rendements constants

## Formes classiques : Leontiev.

- Exemple : transporteur disposant d'un camion.
  - Consommation : ~40 L/h
  - Un chauffeur
- Fonction de production de  $h$  heures de transport, pour une vitesse fixée :

$$h = \min \left\{ \frac{x_c}{40}; x_w \right\}$$

# Formes classiques : Cobb-Douglas.

- Fonction de production :

$$y = A \cdot \prod (x_i)^{\alpha_i}$$

avec, éventuellement :

$$\sum \alpha_i = 1$$

- Élasticité de substitution unité, rendements d'échelles croissants si la somme des  $\alpha_i$  est supérieure à 1.

# Formes classiques : Cobb-Douglas.

- Exemple : transport routier de marchandises, 1998, France.

$$\text{zone courte} \quad VA = 270 \cdot N^{0,16} \cdot C^{0,84}$$

$$\text{zone longue} \quad VA = 290 \cdot N^{0,14} \cdot C^{0,85}$$

où  $VA$  est la valeur ajoutée,  $N$  le nombre de tracteurs, et  $C$  le nombre de chauffeurs.

- Rendements d'échelle proches (légèrement inférieurs) de 1. Certains facteurs fixes ne sont pas pris en compte.

Note :  $VA = CA - CI$  (chiffre d'affaire moins consommations intermédiaires.) Ici, les camions financés en crédit-bail sont réintroduits dans la VA. Normalement, la fonction de production ne devrait pas dépendre de prix. Or, il n'y a pas d'indice des prix de la VA. Les prix sont mesurés en F95, L'indice des prix de la production est le prix de la tonne-kilomètre (zone longue), l'indice des consommations intermédiaires est celui des coûts calculé par le Comité national routier.

# Formes classiques : CES.

- Fonction de production.

$$y = \left[ \sum_{i=1}^n a_i^{\frac{1}{s}} \cdot x_i^{\frac{s-1}{s}} \right]^{\frac{\nu s}{s-1}}$$

- Elasticité de substitution  $s$ .
  - $s = 1$  : Cobb-Douglas,
  - $s \rightarrow 0$  : Leontiev,
  - $s \rightarrow +\infty$  : linéaire.
- Rendements constants si  $\nu = 1$ , croissants si  $\nu > 1$ .
- Généralisation : CES emboîtées.
- Intérêt: théorique et économétrique.

## Formes classiques : CES.

- Exemple du TRM en 1998. Estimation de la fonction de production à partir d'une structure CES : l'élasticité de substitution obtenue est 0.2.
- Les tracteurs et les chauffeurs sont des facteurs fortement complémentaires.

## Exemple : le modèle type EOQ

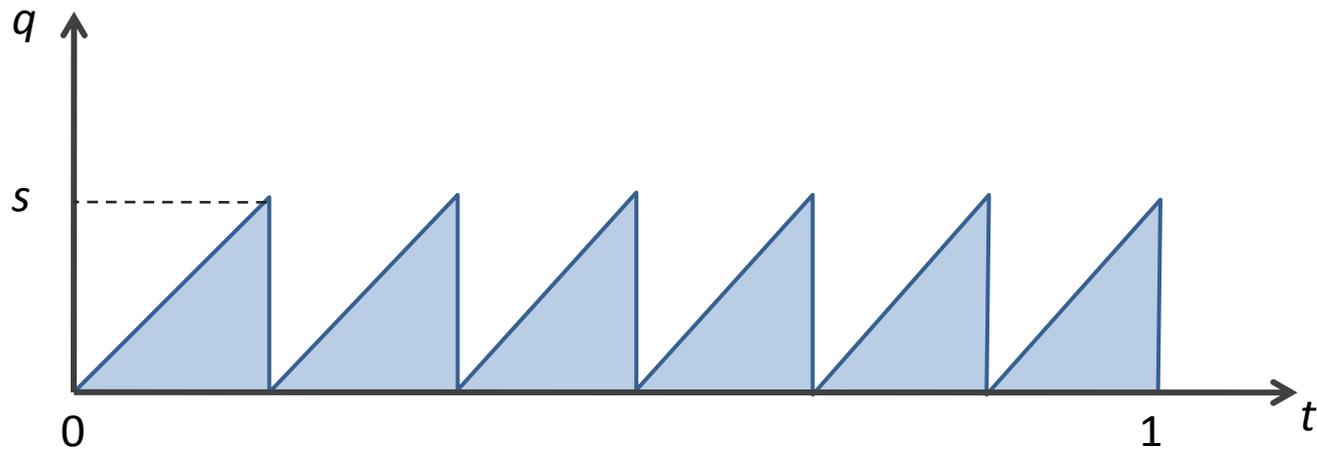
- Modèle classique, dit *economic order quantity*. Première occurrence dans la littérature : Harris, 1913, « How many parts to make at once »
- Origine : industrie. Taille optimale de lot (*batch*) sur une chaîne de production avec changement d'outillage nécessaire pour passer d'un produit à l'autre.
- Application ici : transport de marchandise, fonction de production à deux inputs : déplacements et temps d'immobilisation de la marchandise.

## Exemple : le modèle type EOQ

- Déplacement d'un flux de marchandises  $Q$  par camion sur une période de temps de durée 1 (an).
- Inputs nécessaires au transport :
  - $n$  opérations de transport,
  - $t$  temps d'immobilisation des marchandises transportées.
- Le transporteur n'a pas intérêt à ce que les marchandises soient immobilisées :
  - immobilisation de capital,
  - dépréciation/péremption,
  - Manque de réactivité de la supply chain.

## Exemple : le modèle type EOQ

- Temps passé par la marchandise en attente de transport :



- Sur une période de temps, pour une fréquence  $f$

$$t = f \int_0^{\frac{1}{f}} Q u \, du = \frac{Q}{2f} = \frac{s}{2}$$

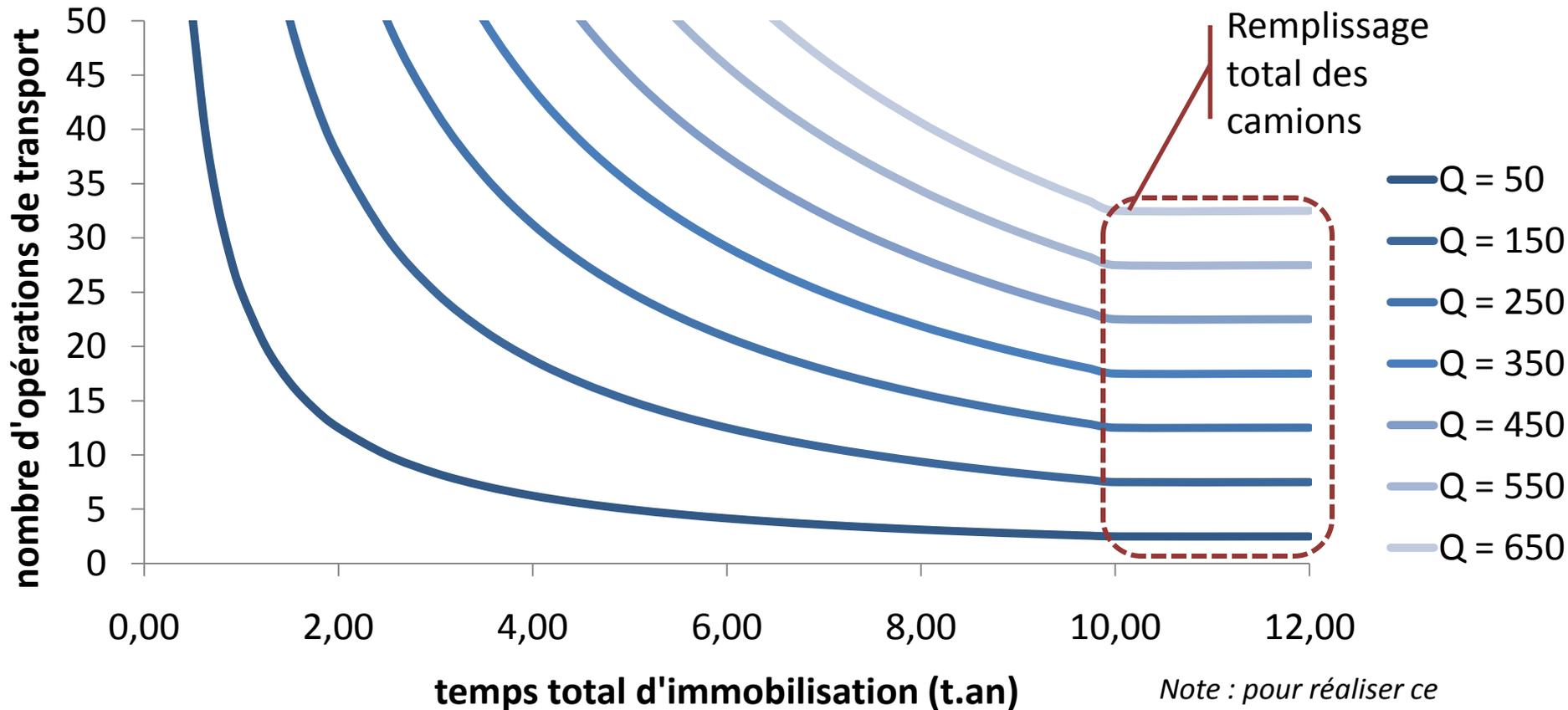
## Exemple : le modèle type EOQ

- Plan de transport envisagé : envois réguliers de taille  $s$ , à une fréquence  $n$ .  $Q = n.s$
- Ce plan de transport implique :
  - $n = Q/s$  opérations de transport.
  - un temps d'immobilisation  $t$  égal à  $Qt_v + s/2$  (où  $t_v$  est le temps passé à bord des véhicules, sans influence.)
- L'isoquante correspondant au transport de  $Q$  unités de marchandises en 1 unité de temps est définie par les points  $(Q/s, Qt_v + s/2)$ , pour  $s \leq 20$ ,  $(Q/20, t)$  pour  $t \geq Qt_v + 10$
- Finalement :

$$Q = f(n, t) = \min \left( \frac{t}{t_v + \frac{1}{2n}}, \frac{20n \cdot t_v + 10}{t_v + \frac{1}{2n}} \right)$$

# Exemple : le modèle type EOQ

- Représentation graphique des isoquantes :



Note : pour réaliser ce graphique, on a supposé que le temps de transport était nul

## 2. Production optimale : fonction de coût.

- Comment l'entreprise connaît-elle ses coûts?
- Définition.
- Propriétés.
  - Propriétés générales.
  - Economies d'échelle.
  - Sous-additivité.
- Formes classiques.
- Exemple : le modèle type EOQ.
- Cas multiproduit.

# Comment l'entreprise connaît-elle ses coûts?

- Comptabilité générale : deux objectifs :
  - Calcul du résultat / des impôts.
  - Information des dirigeants et des tiers sur l'état de l'entreprise.
- Comptabilité analytique :
  - Calcul des prix de revient.
  - Problématique de l'allocation des coûts fixes.
- Exemple : le transport routier de longue distance

# Le transport routier longue distance.

- Analyse technique des coûts : poste par poste. Cette analyse est rarement possible. Ici, beaucoup de ratios. Source : CNR.
- Utilisation d'un camion :
  - 230 jours par an,
  - 69 km/h en moyenne,
  - capacité : 25 tonnes,
  - kms parcourus en charge : 86%,
  - taux de remplissage sur parcours en charge : 90%,
  - durée de vie tracteur : 6 ans,
  - durée de vie remorque : 10 ans.
  - coût annuel de détention du tracteur : 10 500 €,
  - coût annuel de détention de la remorque : 4 100 €,
  - assurances diverses : 3 000 €,
  - taxes sur le véhicule : 600 €.

# Le transport routier longue distance.

- Utilisation d'un chauffeur :
  - temps de service par mois : 207 h,
  - temps de conduite : 75 % du temps de service,
  - nombre de chauffeurs par véhicule : 1,065,
  - coût horaire du chauffeur : smic horaire brut 8,71€.  
Charges patronales : 47,25 %. Indemnités journalières : 3,44 €.
- Coûts kilométriques, pour 100 km :
  - carburant : 38 €
  - pneumatiques : 3 €
  - entretien-réparation : 7 €
  - péages : 7 €

# Le transport routier longue distance.

- Tous les éléments de coût **directs** sont (plus ou moins bien) connus. Mais ce sont des éléments **moyens**. Problème :
  - 1. Difficile de faire une tarification avec (Déséquilibre de trafic, capacité inutilisée ?)
  - 2. Difficile de discerner la structure des coûts.
  - 3. Les coûts de l'utilisateur sont absents.
- Formulation dite trinôme :
  - terme kilométrique : 0,559 €,
  - terme horaire : 21.56 €,
  - terme journalier : 161.85 €.

## Modélisation des coûts.

- Le modélisateur et le régulateur a **peu de données** sur le fonctionnement des entreprises.
- Objectif : connaître la forme générale des coûts, et donc de la production, avec le peu de données publiquement disponibles.
- Méthode : théorie économique, économétrie.

# Définition

- Les facteurs utilisés par les producteurs sont disponibles à un coût,  $C(\mathbf{x})$ .
- Cas classique : les facteurs sont disponibles à un prix unitaire  $\mathbf{p}$ :

$$C(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i$$

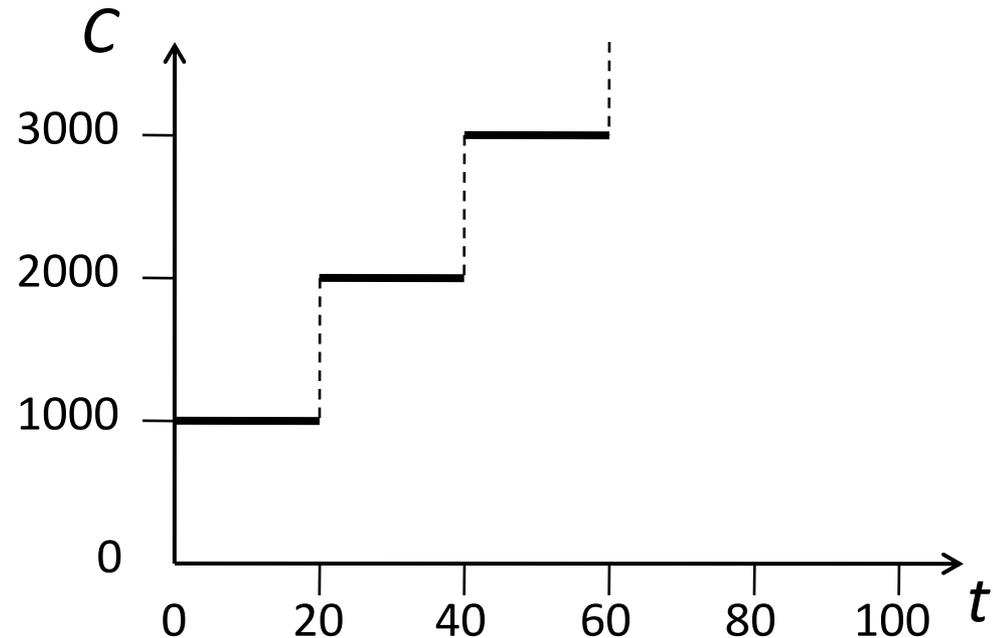
- La combinaison de facteurs  $\mathbf{x}$  permet de produire  $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$ , à un coût  $C(\mathbf{p}, \mathbf{x})$ .
- Pour un produit  $\mathbf{y}$ , une combinaison de facteurs  $\mathbf{x}$  assure un coût minimum. On note directement ce coût  $C(\mathbf{p}, \mathbf{y})$

$$C(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = \min_{\text{s.c. } \mathbf{y}=f(\mathbf{x})} C(\mathbf{x})$$

# Exemple

- Coût de transport de  $t$  tonnes de A vers B.
  - Une opération de transport coûte 1000 €
  - Une opération de transport : maximum 20 t

$$C(t) = 1000 \left( \left\lfloor \frac{t}{20} \right\rfloor + 1 \right)$$



# Propriétés

- Cas où  $C(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}$ . La combinaison optimale de facteurs  $\mathbf{x}$  permettant de produire  $\mathbf{y}$  est notée  $\mathbf{x}^*(\mathbf{p}, \mathbf{y})$

$$\mathbf{x}^*(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = \underset{s.c. \ f(\mathbf{x})=\mathbf{y}}{\text{Argmin}} \ \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}$$

- Dans ce cas :  $C(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}^*(\mathbf{p}, \mathbf{y})$
- Lemme de Shephard :

$$\frac{\partial C(\mathbf{p}, \mathbf{y})}{\partial p_i} = x_i^*(\mathbf{p}, \mathbf{y})$$

- **Résultat fondamental** : Au point  $\mathbf{x}^*(\mathbf{p}, \mathbf{y})$ , le rapport des productivités marginales est égal au rapport des prix.

$$\frac{p_j}{p_i} = \frac{f_j}{f_i}$$

Où  $f_i$  est la dérivée partielle de  $f$  par rapport à  $x_i$ .

# Propriétés

- Définition de la fonction de coût, cas monoproduit :

$$C(y) = \underset{\text{s.c. } y=f(x)}{\min} C(x)$$

- Problème dual :

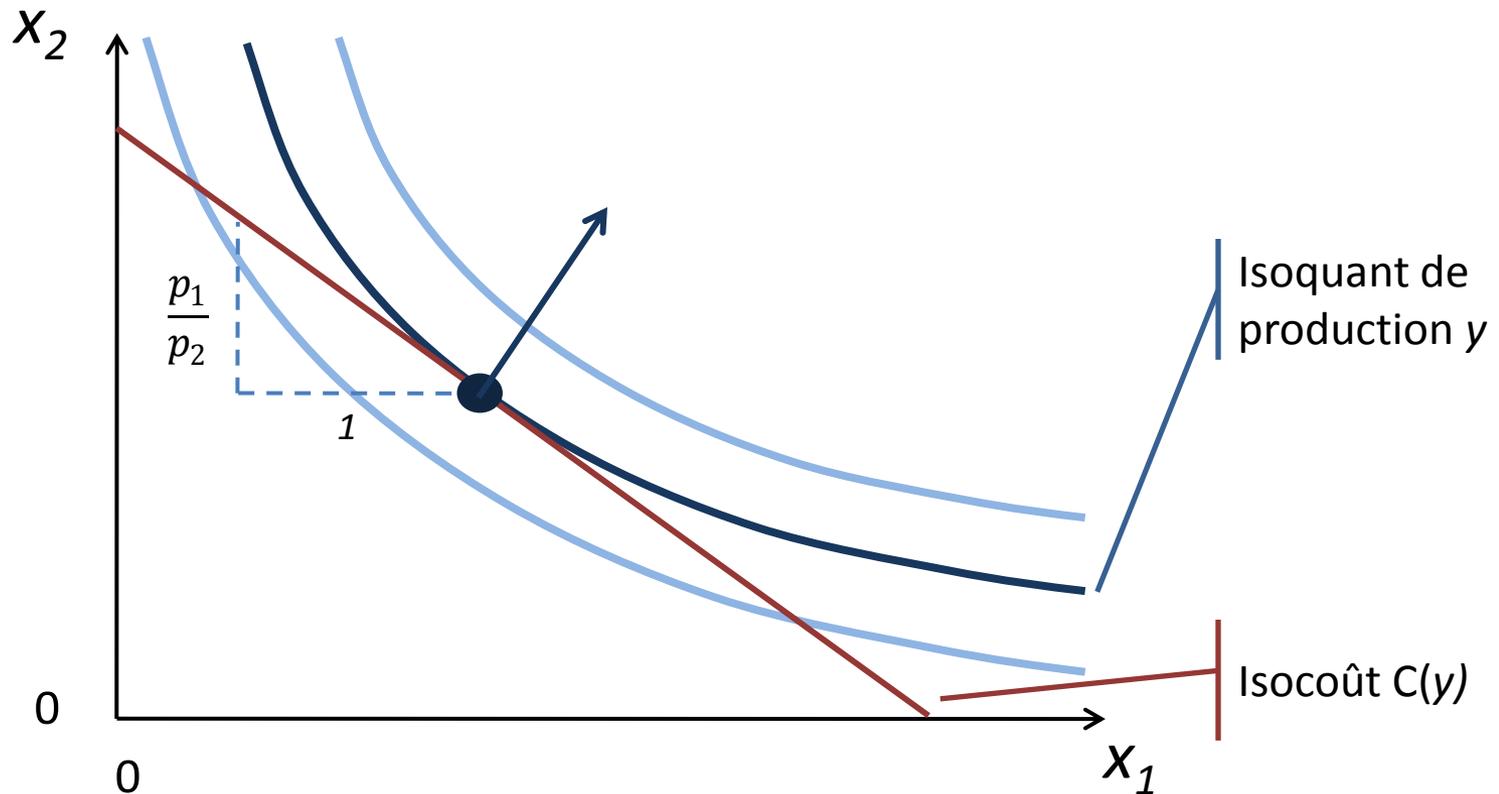
$$f(c) = \underset{\text{s.c. } c=C(x)}{\max} f(x)$$

- Les deux problèmes fournissent la même solution :

$$f(C(y)) = y$$

# Représentation graphique.

- Coût et demande de facteur pour la production de  $y$  produit.



# Propriétés, cas à un produit

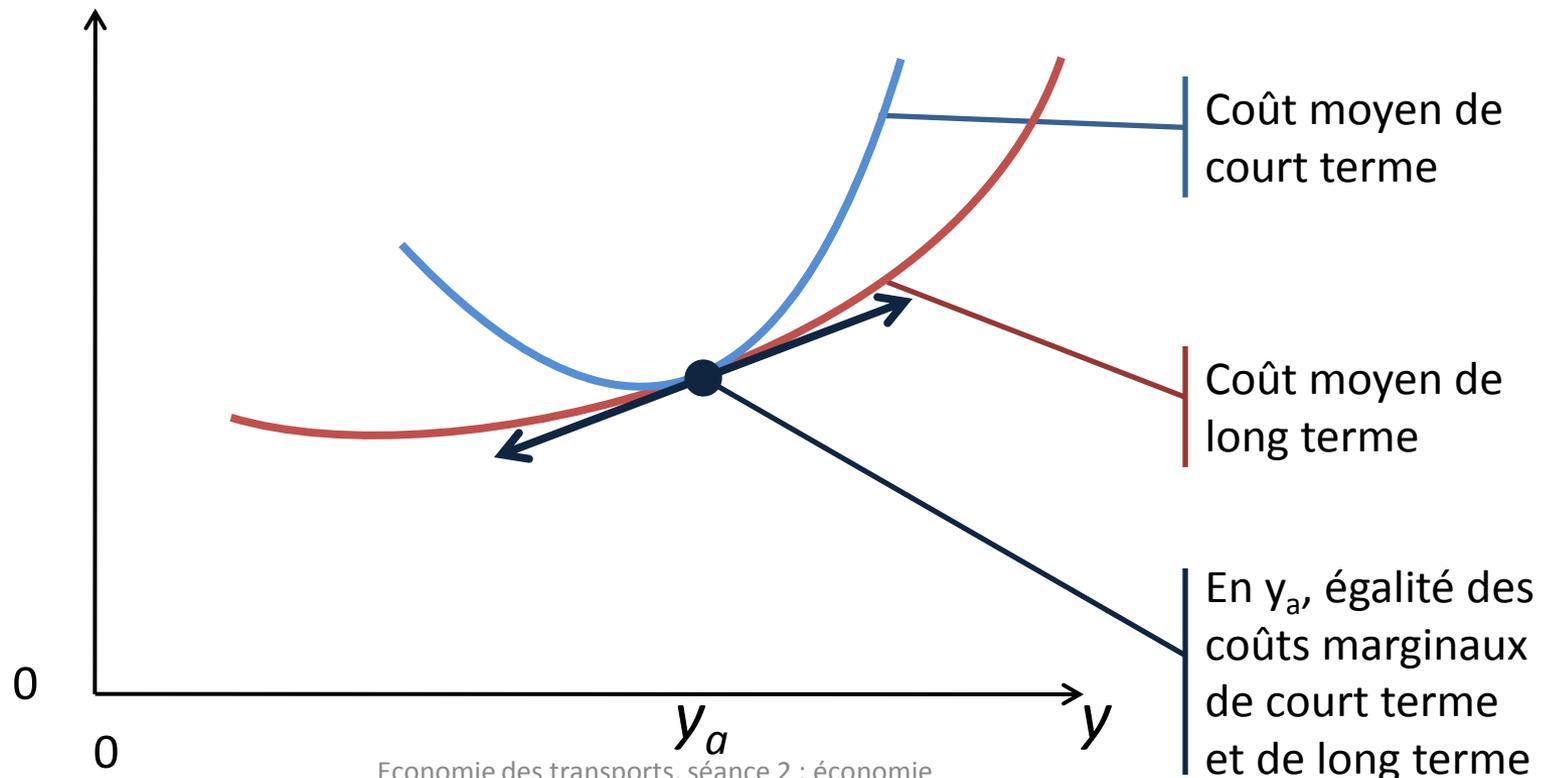
- Si  $C(0) > 0$ ,  $C(0)$  constitue le **coût fixe**.
- En présence de coût fixe :  $C(y) - C(0)$  constitue le **coût variable**.
- Coût moyen :  $C(y)/y$
- Coût marginal :  $C'(y)$

## Court terme et long terme

- $x_K$  facteur fixe à court terme, la fonction de coût de court terme est déterminée à  $x_K$  fixé. On définit alors les fonctions suivantes :
  - SRAC et SRMC (short run average/marginal cost)
  - LRAC et LRMC (long run average/marginal cost)
- Exemple d'un port :
  - Facteur variable : personnel, énergie électrique, carburant.
  - Facteur fixe : quais, grues.

# Court terme et long terme

- Si les facteurs fixes sont optimaux pour un niveau de production  $y_a$ , évolution des coûts moyens à court terme et à long terme :



# Economies d'échelle

## Définition

Soient des facteurs  $\mathbf{x}$  permettant de produire  $\mathbf{y}$ .  
Si pour tout  $w > 1$  il existe  $v > w$  tel qu'il est possible de produire  $v\mathbf{y}$  avec  $w\mathbf{x}$ , alors il y a **économies d'échelle (scale economies)**.

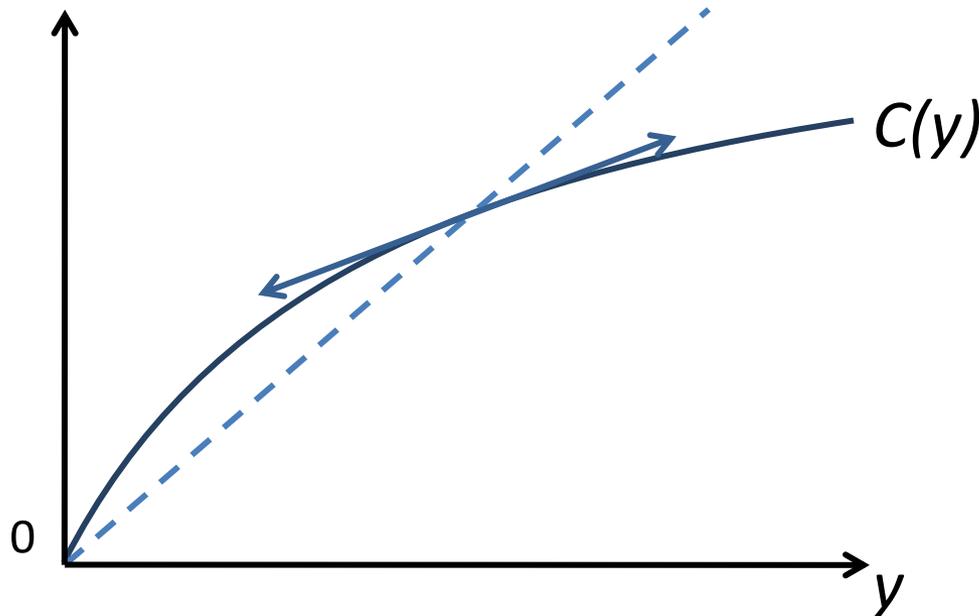
## Interprétation :

Economies d'échelles = le coût unitaire décroît avec le volume

## Economies d'échelle

- Indice d'économie d'échelle  $s$  (cas monoproduit) rapport du coût moyen sur le coût marginal :

$$s = \frac{C/y}{C'}$$



# Economies d'échelle

- Lien avec les rendements croissants et décroissants
  - $s > 1$  : économies d'échelle, rendements croissants,
  - $s = 1$  : absence d'économies d'échelle, rendements constants,
  - $s < 1$  : déséconomies d'échelle, rendements décroissants.

Propriété *technique* lisible dans la fonction de coût.

# Sources d'économies d'échelle en transport

- **Taille des opérations** : certains coûts sont fixes par opération
  - Coûts administratifs
  - Quantité de personnel

Le coût unitaire (ex. à la tonne) décroît donc avec la taille de l'opération.

- **Facteurs indivisibles** : ex. sur un port, les quais, les grues et le personnel. Il est peu probable que les trois types de facteurs soient utilisés à 100% simultanément.
- **Réserves partagées (massed reserves)** : ex. la quantité de pièce détachée permettant de réparer rapidement n'importe quel véhicule d'une flotte croît moins que proportionnellement à la taille de la flotte.

# Types d'économies d'échelle en transport

- **Economies de densité de trafic (traffic density)** : coût unitaire (dé)croissant avec le volume de trafic sur un réseau donné (ex: congestion, diminution du temps d'attente)
- **Economies de taille de réseau (network size)** : coût unitaire (dé)croissant avec le nombre de stations/longueur des voies/routes, à densité de trafic donnée.
- **Economies de taille de véhicule (vehicle size)** : les plus gros véhicules permettent des coûts unitaires plus faibles.
- **Economies de longueur de trajet (length of haul)**: coût kilométrique (dé)croissant avec la longueur du trajet (ex: possibilité d'utiliser l'autoroute, opérations aux ports/aéroports)

## Sous-additivité

- Une fonction de coût est sous-additive quand pour tout produit  $\mathbf{y}$ , si  $\{\mathbf{y}_i\}$  vérifie  $\Sigma \mathbf{y}_i = \mathbf{y}$  :

$$C(\mathbf{y}) \leq \sum C(\mathbf{y}_i)$$

- Lorsque la fonction de coût est sous-additive, il y a **monopole naturel** (une entreprise produit plus efficacement que plusieurs.)

# Clarifications importantes

- La présence d'économies d'échelle, la décroissance des coûts marginaux et la sous-additivité de la fonction de coût sont des propriétés différentes.
- Coût marginal constant au delà d'un certain niveau de production ne veut pas dire épuisement des économies d'échelle.

## Le modèle type EOQ : les coûts

- Le producteur dispose des possibilités  $(Q/s, Qt_v + s/2)$ , pour  $s \leq 20$ ,  $(Q/20, t)$  pour  $t \geq Qt_v + 10$  pour transporter son flux de marchandises de débit  $Q$ .
- Parmi ces possibilités, laquelle est la moins coûteuse?
  - Coût unitaire de l'opération de transport :  $c_t$  ( $\text{€} \cdot n^{-1}$ ) (ne dépend pas de  $s$ )
  - Coût unitaire du temps :  $a$  ( $\text{€} \cdot t^{-1} \cdot \text{an}^{-1}$ )
- La fonction de coût correspondante est :

$$C(Q, c_t, a) = \min_{\text{s.c. } f(n,t)=Q} c_t \cdot n + a \cdot t$$

# La production optimale

- Fonction de production :

$$Q = f(n, t) = \min \left( \frac{t}{t_v + \frac{1}{2n}}, \frac{20n \cdot t_v + 10}{t_v + \frac{1}{2n}} \right)$$

- Supposons  $t_v = 0$ . Clairement,  $t > 10$  n'est jamais optimal.
- On résout le lagrangien suivant :

$$\mathcal{L}(n, t, \lambda_1, \lambda_2) = c_t \cdot n + a \cdot t + \lambda_1 \cdot \left( Q - \frac{t}{t_v + \frac{1}{2n}} \right) + \lambda_2 \cdot (10 - t)$$

## Rappel : le Lagrangien.

- Optimisation de la fonction  $f$  de  $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$ , sous certaines contraintes :  $g_i(\mathbf{x}) = 0$
- Le lagrangien correspondant est :

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \sum_k \lambda_k g_k(\mathbf{x})$$

- Condition nécessaire pour que  $\mathbf{x}$  soit l'optimum recherché : les dérivées partielles par rapport à tous les  $x_i$  et  $\lambda_i$  du lagrangien sont nulles.
- Si  $f$  est convexe, cette condition est suffisante.

# La production optimale

- Les solutions sont :

$$\left. \begin{aligned} t^*(c_t, a, Q) &= \min \left( \sqrt{\frac{c_t Q}{2a}}; 10 \right) \\ n^*(c_t, a, Q) &= \max \left( \sqrt{\frac{aQ}{2c_t}}; \frac{Q}{20} \right) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Demandes} \\ \text{conditionnelles} \end{array}$$

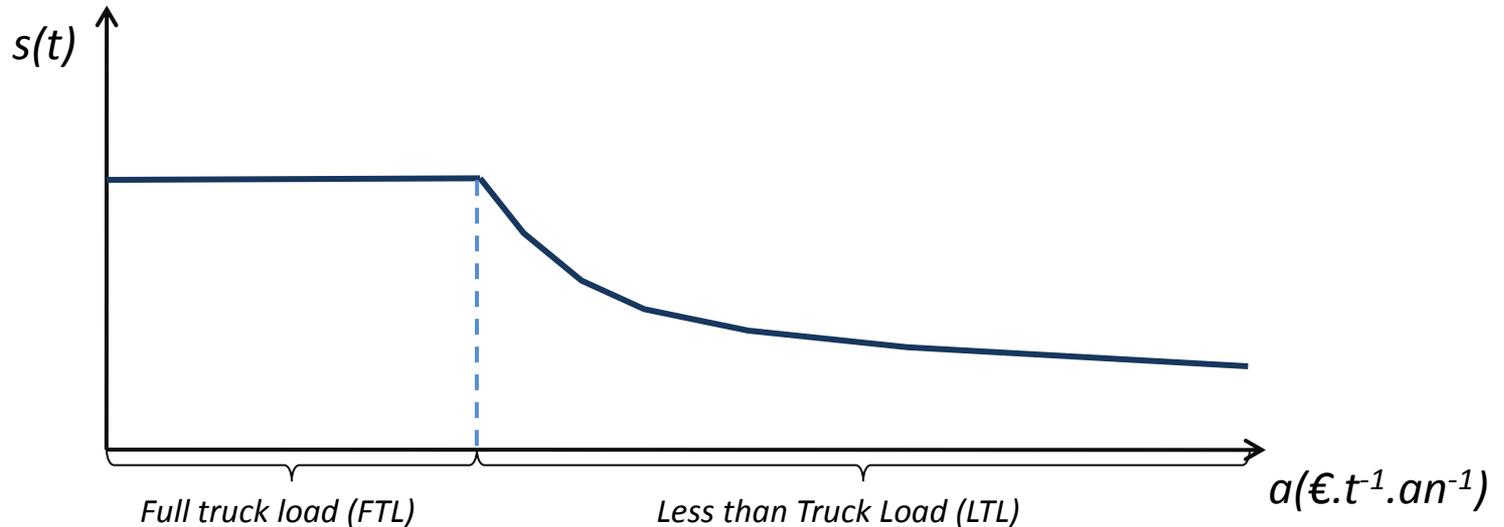
$$C(c_t, a, Q) = \begin{cases} \sqrt{2a \cdot c_t \cdot Q} & \text{si } Q \leq \frac{200a}{c_t} \\ \frac{c_t Q}{20} + 10a & \text{sinon} \end{cases}$$

# Taille optimale d'envoi

- Taille de l'envoi :

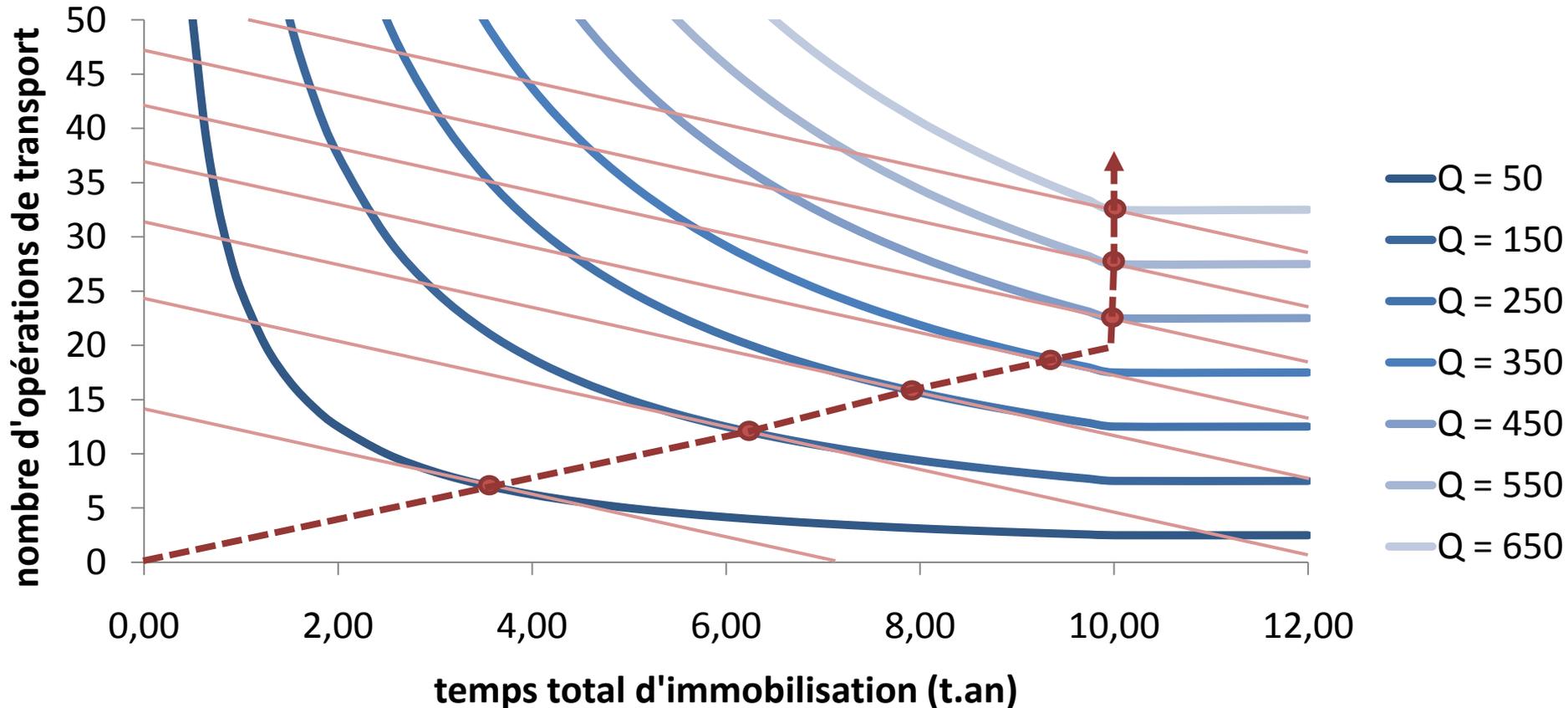
$$s^*(c_t, a, Q) = \frac{Q}{n} = \min \left( \sqrt{\frac{2c_t Q}{a}}; 20 \right)$$

- Evolution avec la valeur du temps  $a$  :



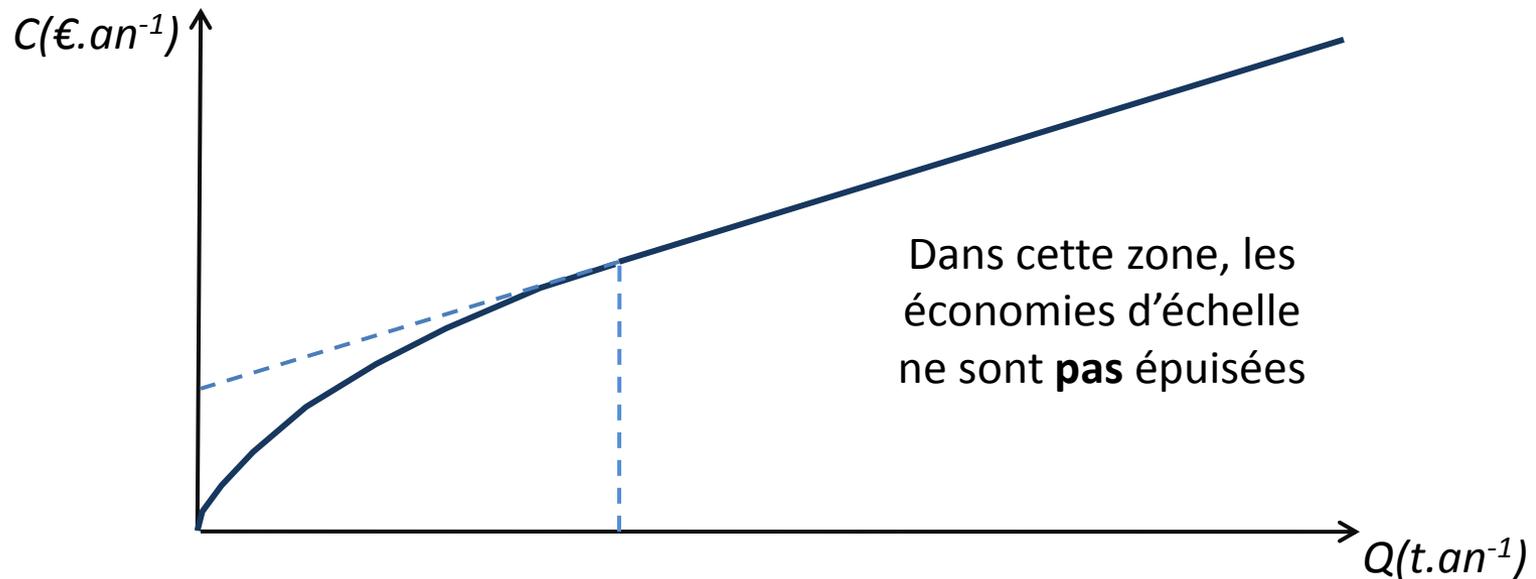
# La production optimale

- Evolution de la production optimale avec Q :



# Economies d'échelle

- Indice d'économies d'échelle de  $C$  : 2 entre 0 et  $200a/c_t$ , puis **décroît vers 1**. La fonction est positive, strictement convexe en 0, donc sous-additive.



# Formes classiques de fonction de coût.

- Lorsqu'on ne connaît pas la structure de la fonction de production d'un secteur, on peut en supposer une. Fonctions de coût classiques correspondantes:
  - Cas des facteurs parfaitement substituables.
  - Cas des facteurs parfaitement complémentaires : fonction linéaire.
  - Cas de la fonction de Cobb-Douglas.
  - Cas de la fonction CES.
- Les formes flexibles ne supposent aucune structure sur la fonction de production.

# Cas de la fonction de production additive

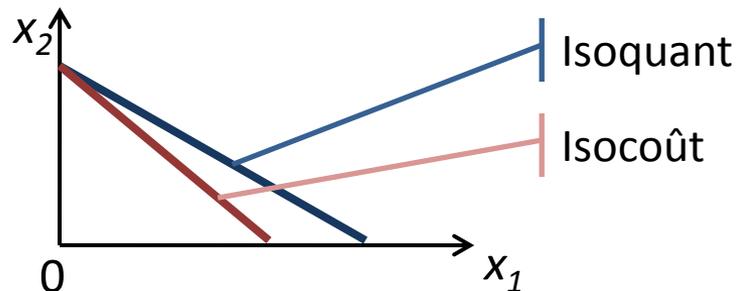
- Fonction de coût correspondante :

$$C(\mathbf{p}, y) = y \cdot \min_i \left( \frac{p_i}{a_i} \right)$$

- Demande de facteurs :

$$x_i^*(\mathbf{p}, y) = \begin{cases} \frac{y}{a_i} & \text{si } \frac{p_i}{a_i} = \min_j \left( \frac{p_j}{a_j} \right) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Absence d'économies d'échelle : coût moyen et coût marginal égaux.



# Cas de la fonction de Leontiev

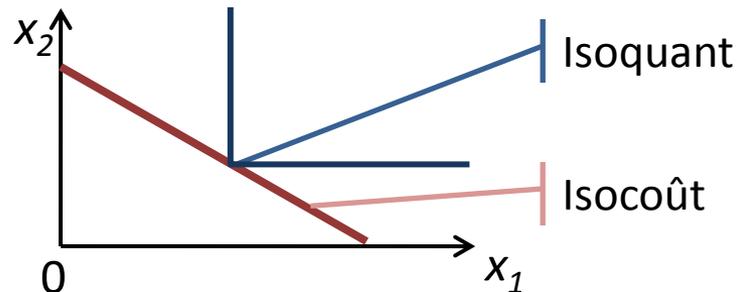
- Fonction de coût correspondante : fonction linéaire

$$C(\mathbf{p}, y) = y \cdot \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{a_i}$$

- Demande de facteurs :

$$x_i^*(\mathbf{p}, y) = \frac{y}{a_i}$$

- Absence d'économies d'échelle : coût moyen et coût marginal égaux.



# Cas de la fonction de Cobb-Douglas

- Fonction de coût correspondante, cas à deux facteurs :

$$C(\mathbf{p}, y) = \left( p_1 \left( \frac{\alpha p_2}{\beta p_1} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + p_2 \left( \frac{\beta p_1}{\alpha p_2} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right) \left( \frac{y}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = K(p_1, p_2) \cdot y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

- Demande de facteurs :

$$x_1^*(\mathbf{p}, y) = \left( \frac{\alpha p_2}{\beta p_1} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left( \frac{y}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = K_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right) \cdot y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Les isoquantes sont homothétiques. L'intensité relative des facteurs ne change pas avec le niveau de production.

- Economies d'échelle :

$$s = \frac{C(\mathbf{p}, y)}{y \cdot \partial C / \partial y} = \alpha + \beta$$

# Propriété particulière de la fonction de Cobb-Douglas

- Rapport des demandes de  $x_1$  et  $x_2$  :

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2}$$

- Or le coût total est :

$$C = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

- Donc :

$$p_1 x_1 = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} C$$

## Cas de la fonction CES

- Fonction de coût correspondante, cas à deux facteurs :

$$C(\mathbf{p}, y) = y^{\frac{1}{\nu}} p_1 p_2 (a_1 p_2^{s-1} + a_2 p_1^{s-1})^{\frac{s}{1-s}} (a_1 p_2^s + a_2 p_1^s) = K(p_1, p_2) \cdot y^{\frac{1}{\nu}}$$

- Demande de facteurs :

$$x_1^*(\mathbf{p}, y) = y^{\frac{1}{\nu}} a_1 p_2^s (a_1 p_2^{s-1} + a_2 p_1^{s-1})^{\frac{s}{1-s}} = K_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right) \cdot y^{\frac{1}{\nu}}$$

Les isoquantes sont homothétiques.

- Economies d'échelle :

$$s = \frac{C(\mathbf{p}, y)}{y \cdot \partial C / \partial y} = \nu$$

# Formes flexibles, fonction translog

- **Formes flexibles** : elles permettent l'approximation quadratique de n'importe quelle fonction.
  - élasticités du coût par rapport aux produits,
  - élasticités de substitution.

Aucune supposition sur la structure des coûts.

- Exemple : fonction translog (*transcendental logarithmic*)

$$\begin{aligned} \ln C(\mathbf{p}, y) &= a_0 + a_1 \ln y + b_1 \ln p_1 + b_2 \ln p_2 + \frac{1}{2} a_{11} (\ln y)^2 + \frac{1}{2} b_{11} (\ln p_1)^2 + b_{12} \ln p_1 \ln \\ &+ \frac{1}{2} b_{22} (\ln p_2)^2 + d_{11} \ln y \ln p_1 + d_{12} \ln y \ln p_2 \end{aligned}$$

Standard dans les études économétriques aujourd'hui.

- Désavantage logique : de nombreux paramètres à estimer.

# Cas à plusieurs produits

- Coûts dans le cas multiproduit :
  - coûts **spécifiques** : relevant d'un service unique (exemple, repas pour les passagers/transport de fret),
  - coûts **communs** : présents lorsque des produits sont produits en proportion variable (transport passager et fret sur des voies ferrées)
  - coûts **joint**s : présents lorsque des produits sont produits en proportion fixe (aller-retour, nombre de sièges)
- Problème d'allocation des coûts.

# Economies d'envergure

## Définition

Lorsqu'il est moins cher de produire ensemble des produits différents que de les produire séparément, il y a présence **d'économies d'envergure (scope economies)**. Par exemple :

$$C(y_1, y_2) < C(y_1, 0) + C(0, y_2)$$

# Economies d'envergure

- Indice local de présence d'économies d'envergure, ou de **complémentarité des coûts (cost complementarities)** :

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y_1 \partial y_2} < 0$$

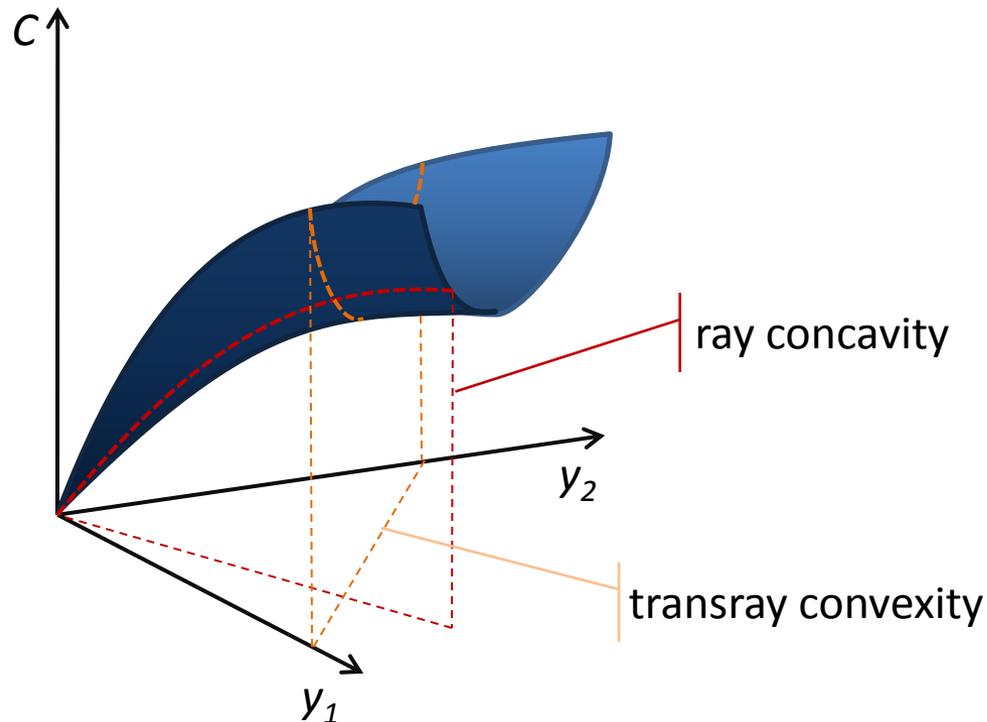
- Les économies d'envergure expliquent la présence d'entreprises multiproduits.

# Sources d'économies d'envergure en transport

- Economies dues au partage d'un facteur :
  - Même véhicule pour transporter des biens ou des personnes dans deux directions opposées.
  - Même véhicule pour transporter des passagers et du fret.
- Economies dues à l'indivisibilité d'un facteur :
  - Ligne ferroviaire, autoroute, aéroports, sont utilisables pour différents usages.
- Economies de réseau :
  - Consolidation des petits envois en fret.
  - Réseau en hub en spokes (économies : meilleur taux de remplissage, avions plus gros; déséconomies : trajet plus long, plus de trafic dans les aéroports)

# Cas à plusieurs produits

- Exemple d'une fonction de coût présentant des économies d'échelle, des économies d'envergure, et sous-additive (-> monopole naturel)



# Conclusion

- Deux regards :
  - Interne : l'entreprise cherche à connaître ses coûts.
  - Externe : le régulateur cherche à connaître la structure des coûts de production d'un (ensemble de) services.
- Complexités :
  - Conceptuelles : produits multiples, notions complexes d'économies d'échelle, d'envergure, de monopole naturel.
  - Econométriques : difficultés d'avoir des données, de prendre en compte les bonnes variables.

# 3. Comportement du producteur

- Fonction de profit.
- Cas price-taker.
- Cas price-maker.
- Situations de concurrence imparfaite.
  - situation monopolistique,
  - situation oligopolistique.

## Variété des situations de marché

- Concurrence forte : transport routier de marchandises, sur contrat spot : prix de marché inférieur ou égal au coût marginal.
- Concurrence par marchés : transport régional de voyageurs.
- Monopole : naturel et/ou réglementaire, plus ou moins historique : transport collectif urbain ou interurbain, péages d'infrastructures.
- Situations intermédiaires : frontières de concurrence plus ou moins intense (ferroviaire/bus, ferroviaire/aérien, grandes lignes/low costs, etc.)

# Fonction de profit

- La fonction de profit donne la marge effectuée par un producteur vendant un produit  $\mathbf{y}$  à un prix  $\mathbf{p}_y$  après l'avoir produit à l'aide de facteurs  $\mathbf{x}$
- Pour tout  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x}$  est choisi optimalement. Donc :

$$\pi(\mathbf{y}) = \mathbf{p}_y \cdot \mathbf{y} - C(\mathbf{p}_x, \mathbf{y})$$

- On suppose que le producteur maximise son profit.

## Cas *price-taker*

- Lorsque tous les prix sont fixes pour le producteur, il est **price-taker**. Ni  $p_y$  ni  $p_x$  ne dépendent de  $y$ . (C'est le cas quand il a beaucoup de concurrents, et qu'il ne domine pas le marché.)
- Cas à un facteur, un produit, coût marginal de production croissant.

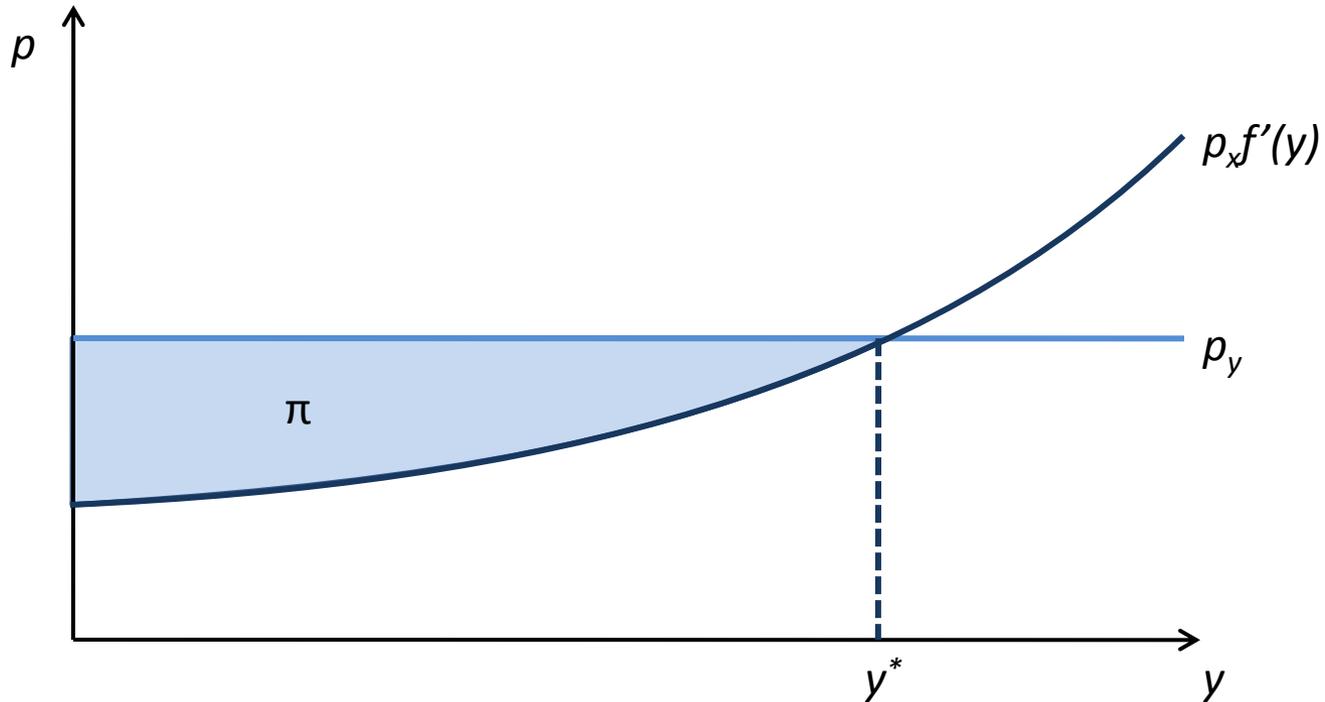
$$\pi(y) = p_y \cdot y - C(p_x, y) = p_y \cdot y - p_x f(y)$$

- Le producteur produit  $y^*$  égalisant le prix et le coût marginal :

$$p_y = p_x \cdot f'(y^*)$$

## Cas *price-taker*

- Représentation graphique :



## Cas *price-maker*

- Le producteur en monopole détermine le prix auquel il vend son produit.
- Cas à un facteur, un produit, coût marginal de production croissant, demande décroissante.

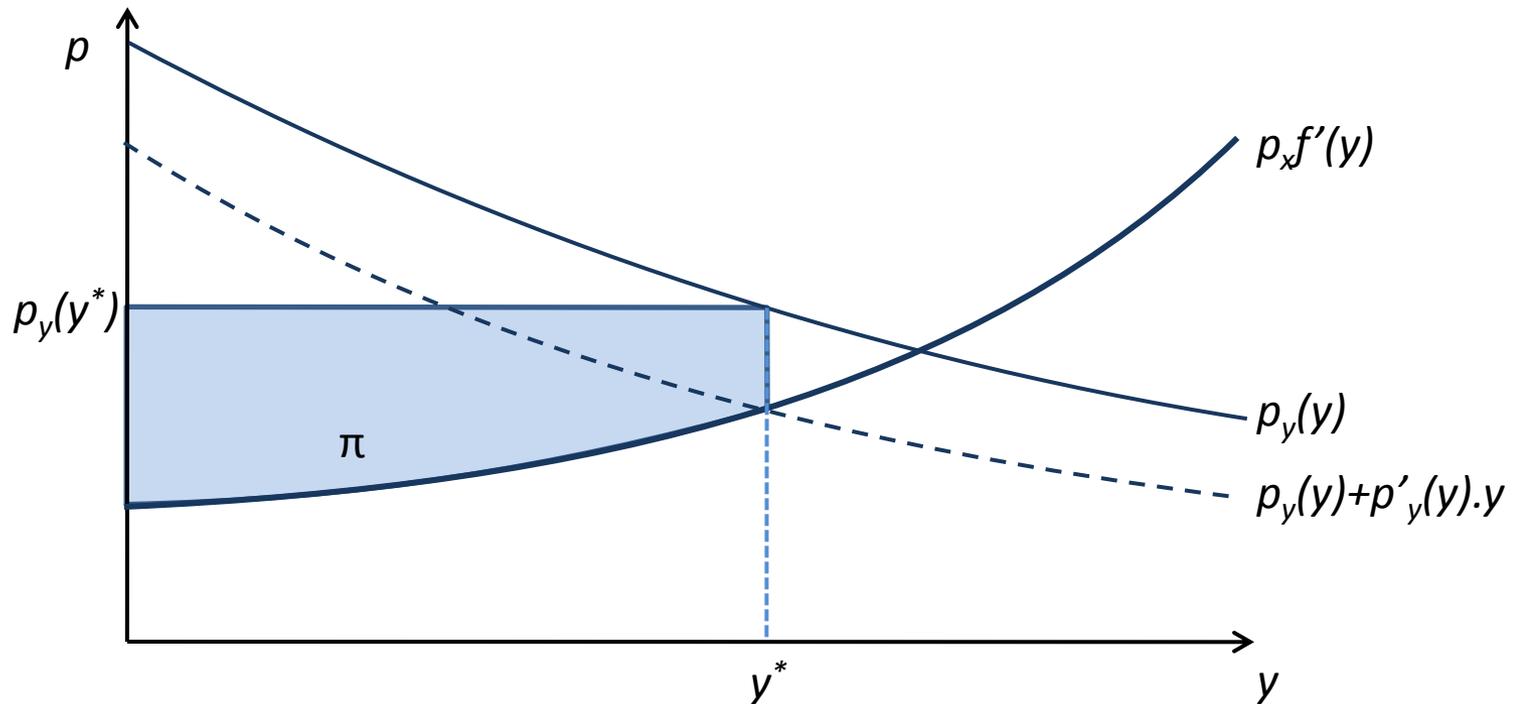
$$\pi(y) = p_y \cdot y - C(p_x, y) = p_y(y) \cdot y - p_x f(y)$$

- Le producteur produit  $y^*$  égalisant la recette marginale (inférieure au prix) et le coût marginal.

$$p_y(y^*) + y^* \cdot p_y'(y^*) = p_x' f(y^*)$$

# Cas *price-maker*

- Représentation graphique :



## Concurrence imparfaite

- **Concurrence oligopolistique** : un petit nombre de grosses entreprises se partagent un marché (ex : modèle de Cournot). Jeu non coopératif, il ne s'agit pas forcément d'une entente.
- **Concurrence monopolistique** : chaque entreprise propose un produit unique. Ces produits sont des substituts imparfaits. Ex : Paris-Marseille en voiture, en train, en avion : les trois possibilités ne sont pas identiques.

# Conclusion générale.

- Résolution rapide du modèle EOQ. Soit une taille d'envoi  $s$ . Le coût unitaire de transport d'un débit  $Q$  est :

$$C = \frac{c_t}{s} + \frac{a \cdot s}{2Q}$$

- La taille d'envoi optimale minimise  $C$  :

$$s^* = \min \left( \sqrt{\frac{2c_t \cdot Q}{a}}, 20 \right)$$