

Ségrégations socio-spatiales: Modèle(s) de Schelling – et autre(s) !

Julien Randon-Furling

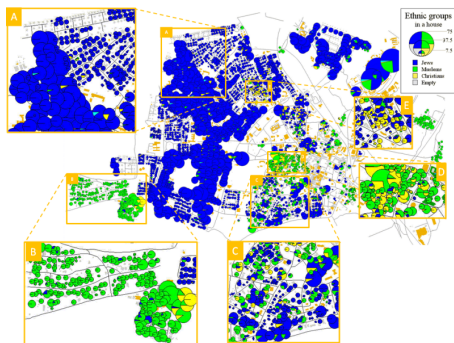
SAMM, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, France

Cours *Économie des villes et territoires*
(Resp. Annick Vignes)
École des Ponts Paristech

Lundi 26 mars 2018

- 1 Modèle multi-agents de Schelling
- 2 Une variante du modèle de Schelling
- 3 Un modèle du modèle de Schelling
- 4 En partant de données réelles
- 5 Quelques outils statistiques
- 6 Vers de nouveaux indices de ségrégation
- 7 Ségrégation multi-échelle

Introduction



Ref : Hatna et Benenson, *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 15 (1) 6 (2012)

- Diversité de motifs
- Micro/macro
- Facteurs clés : intolérance, discrimination, prix, ... ?

Modèle de Schelling

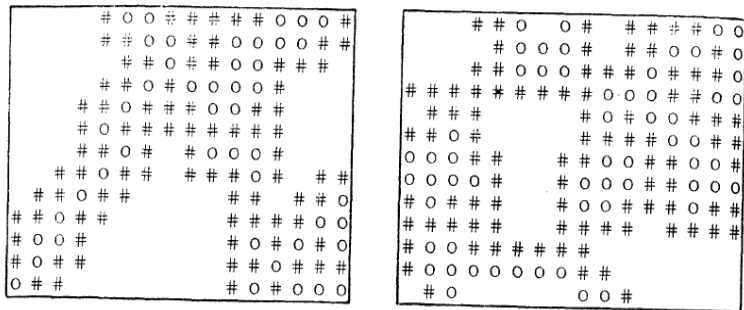


Fig. 17

Ref : T.C. Schelling, *Jour. Math. Soc.* 1 (1971)

- grille $L \times L$, densité d'occupation ρ .
- "satisfaction" des agents : $N_d \leq T(N_d + N_s)$, avec T la "tolérance".
- Observation : ségrégation possible même avec T élevé

Modèle de Schelling

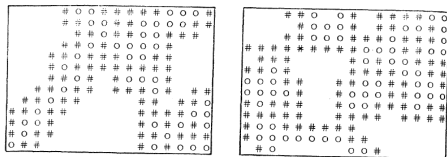


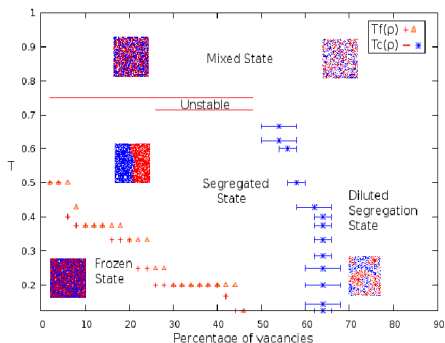
Fig.17

- grille $L \times L$, densité d'occupation ρ .
- "satisfaction" des agents : $N_d \leq T(N_d + N_s)$, avec T la "tolérance".
- Dynamique = règle d'examen des agents et règle de déplacement
- Indice de ségrégation :

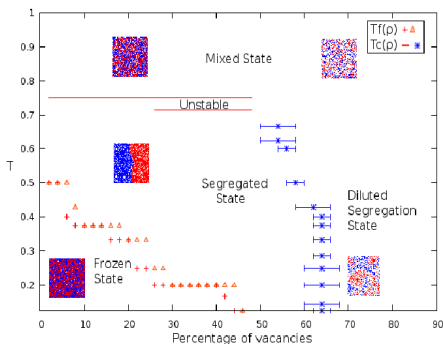
$$S = \frac{2}{(L^2(1 - \rho))^2} \sum_{\{C\}} n_C^2,$$

avec n_C la taille de l'amas C .

Diagramme de phase du Modèle de Schelling



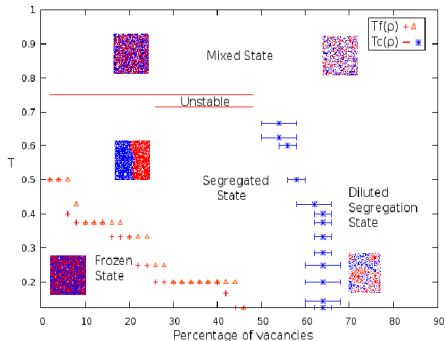
Ref : Gauvin et al., *European Physical Journal B*, 70, 293–304 (2009)



Ref : Gauvin et al., *European Physical Journal B*, 70, 293–304 (2009)

Dynamique dans l'espace des phases

- Quel lien avec la *réalité* ?
- Quels sont les paramètres *réglables* ?
- \rightsquigarrow Politique de la ville ?



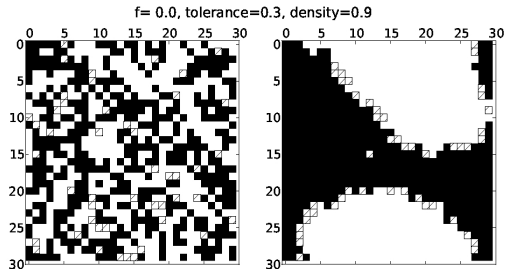
Ref : Gauvin et al., *European Physical Journal B*, 70, 293–304 (2009)

Dynamique dans l'espace des phases

- Quel lien avec la *réalité* ?
- Quels sont les paramètres *réglables* ?
- \rightsquigarrow Politique de la ville ?

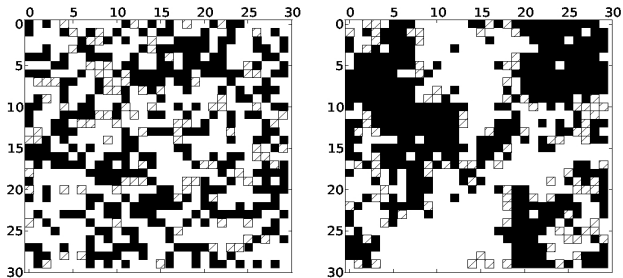
Perturber l'échelle *sociale*

- Agents pouvant passer de *A* à *B*
- Diagramme de phase ?
Déségrégation ?
- \rightsquigarrow rôle de la mobilité sociale ?
- \rightsquigarrow rôle des logements sociaux ?

Un système de Schelling avec agents *changeants*Ref : Hazan and R-F, *European Physical Journal B* (2012)

Un système de Schelling avec agents *changeants*

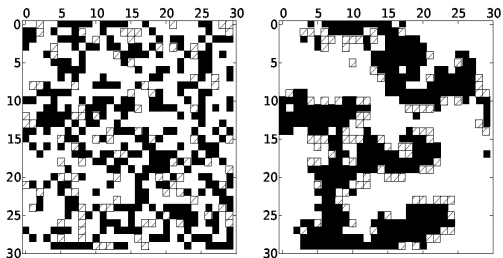
$f = 0.2$, tolerance=0.3, density=0.9
switching agents: active



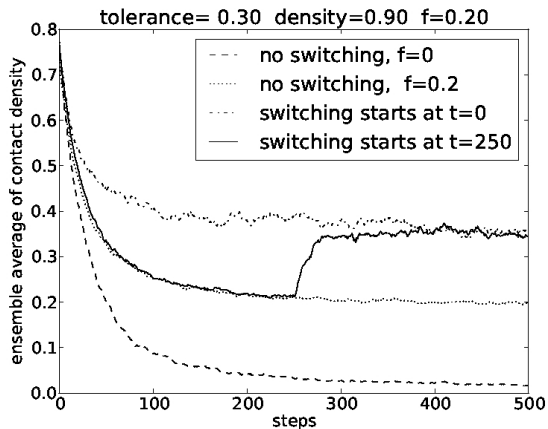
Ref : Hazan and R-F, *European Physical Journal B* (2012)

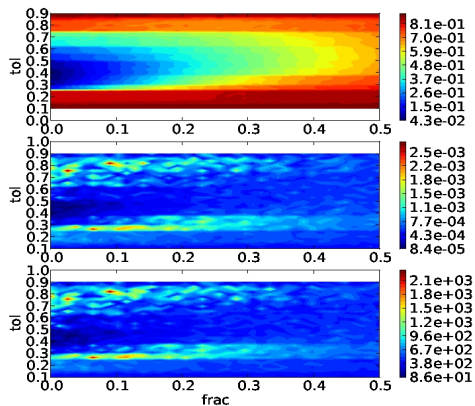
Un système de Schelling avec agents *changeants*

$f=0.2$, tolerance=0.3, density=0.9
switching agents: present but inactive



Ref : Hazan and R-F, *European Physical Journal B* (2012)

Un système de Schelling avec agents *changeants*Ref : Hazan and R-F, *European Physical Journal B* (2012)

Un système de Schelling avec agents *changeants*Ref : Hazan and R-F, *European Physical Journal B* (2012)

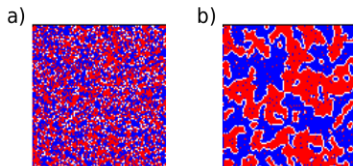
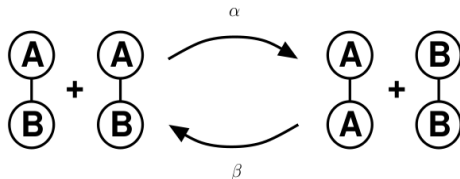
Un système de Schelling avec agents *changeants*

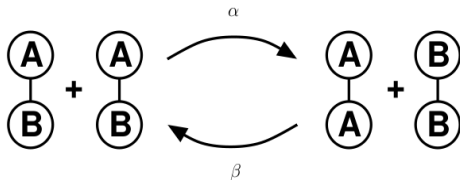
Figure 1. Example of simulation results obtained on a 100×100 lattice, with tolerance $T = 0.3$, occupation density $\rho = 0.9$ and fraction of switching agents $f = 0$ (a) and $f = 0.12$ (b). In both cases, the non-switching population is split evenly between the two types (represented here as red and blue), and simulations run from an initial configuration which is well mixed, i.e. the system is initially in a state of low segregation. In case (a), the dynamics quickly reaches a frozen state: agents are not happy with their location but cannot find a vacant site where they would be happy, so the system tends to remain in a configuration similar to its initial, well-mixed one. In case (b), the presence of switching agents “de-freezes” the situation, leading to a new final steady-state.

Un modèle du modèle de Schelling : le modèle de Rogers-MacKane



- La grille est “abstraite” : simplement $\frac{N}{2}$ paires
- La satisfaction d'un agent au site i est u si son unique voisin est du même type, v sinon ($u > v$)
- Lien avec la grille, matrice de transfert : $T_{ij}(\sigma) = \frac{1}{N^2} (1 - s_i) s_j^{(i,j)}$

Un modèle du modèle de Schelling : le modèle de Rogers-MacKane

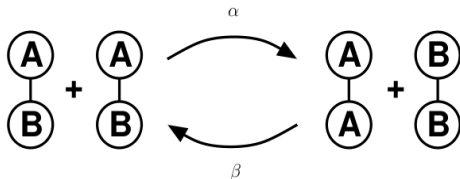


- Évolution temporelle de la densité d'interface (fraction de paires inhomogènes), dans la limite N grand :

$$\frac{dx}{dt} = \beta(1 - x(t))^2 - \alpha x(t)^2, \quad x(0) = \frac{1}{2},$$

avec $\beta = 2(1 - u)v$, $\alpha = 2(1 - v)u$

Un modèle du modèle de Schelling : le modèle de Rogers-MacKane



- Évolution temporelle de la densité d'interface (fraction de paires inhomogènes), dans la limite N grand :

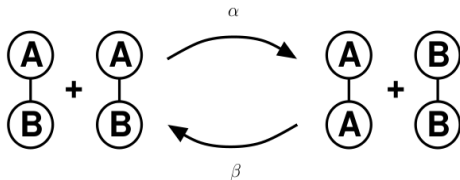
$$\frac{dx}{dt} = \beta(1 - x(t))^2 - \alpha x(t)^2, \quad x(0) = \frac{1}{2},$$

avec $\beta = 2(1 - u)v$, $\alpha = 2(1 - v)u$

- Densité d'interface au temps t :

$$x(t) = \frac{\sqrt{\alpha\beta} + \alpha \tanh(t\sqrt{\alpha\beta})}{2\sqrt{\alpha\beta} + (\alpha + \beta) \tanh(t\sqrt{\alpha\beta})}$$

Un modèle du modèle de Schelling : le modèle de Rogers-MacKane



- Évolution temporelle de la densité d'interface (fraction de paires inhomogènes), dans la limite N grand :

$$\frac{dx}{dt} = \beta(1 - x(t))^2 - \alpha x(t)^2, \quad x(0) = \frac{1}{2},$$

avec $\beta = 2(1 - u)v$, $\alpha = 2(1 - v)u$

- Densité d'interface au temps t :

$$x(t) = \frac{\sqrt{\alpha\beta} + \alpha \tanh(t\sqrt{\alpha\beta})}{2\sqrt{\alpha\beta} + (\alpha + \beta)\tanh(t\sqrt{\alpha\beta})}$$

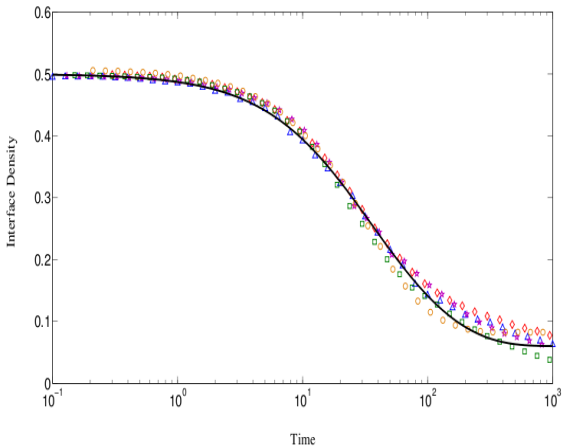
- Dans la limite t grand :

$$x(t) \rightarrow \frac{1}{1 + \sqrt{\alpha/\beta}}$$

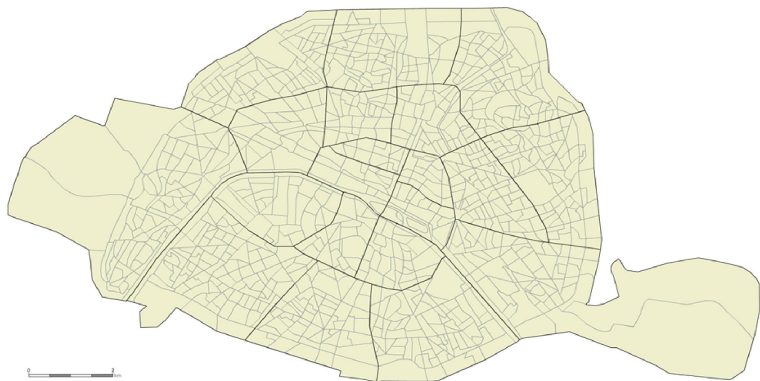
Émergence de la ségrégation

- Densité d'interface au temps t :

$$x(t) = \frac{\sqrt{\alpha\beta} + \alpha \tanh(t\sqrt{\alpha\beta})}{2\sqrt{\alpha\beta} + (\alpha + \beta) \tanh(t\sqrt{\alpha\beta})}$$



En partant des données : un exemple avec la ville de Paris



~ 1 000 IRIS (*Îlots regroupés pour l'information statistique*)

Trois jeux de données

Jeu 1 *Revenus* (sur 853 IRIS) :

- ▶ premier et neuvième déciles, médiane de la distribution,
- ▶ part des revenus du patrimoine,
- ▶ part des aides et des minimas sociaux.

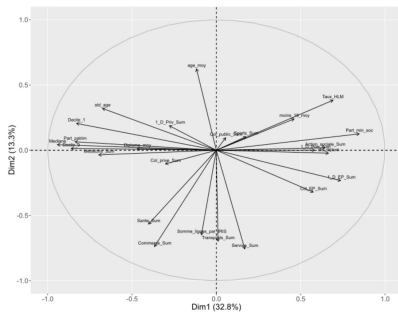
Jeu 2 *Population* (sur 943 IRIS) :

- ▶ âge (moyenne et écart type),
- ▶ nombre de mineurs,
- ▶ niveau d'éducation (codé de 1 à 5, moyenne et écart type).

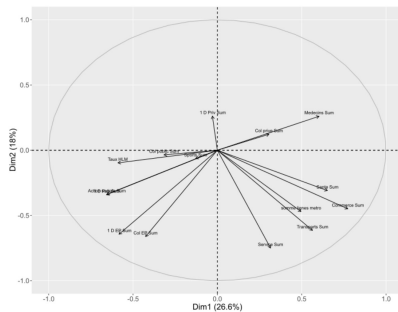
Jeu 3 *Équipements, services, logements sociaux* (sur 980 IRIS) :

- ▶ taux de logement social,
- ▶ accès aux transports en commun,
- ▶ commerces,
- ▶ accès aux services de santé,
- ▶ équipements sportifs,
- ▶ établissements scolaires primaires et secondaires (dont REP, REP+)

Ségrégation : à partir des données – pourquoi pas une ACP ?



(a)

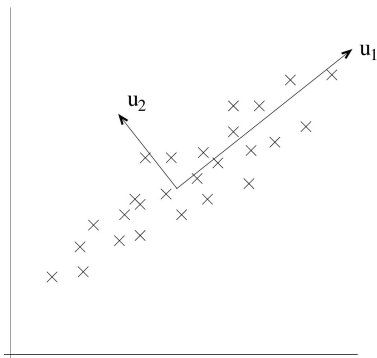


(b)

Fig. 1. PCA on all variables (a) and solely on the variables of set 3 (b).

Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan *WSOM+17* (2017)

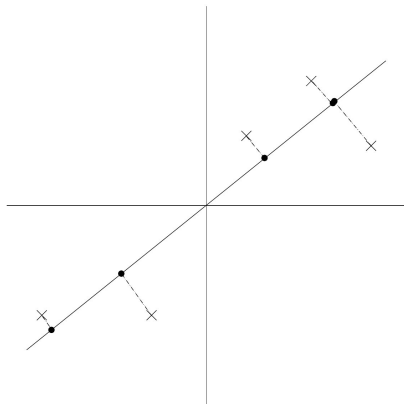
Quelques outils statistiques : ACP



Ref : Lecture notes Andrew Ng

- Comment détecter les axes ?
- Comment calculer u_1 et u_2 ?
- Comment préserver un maximum de variance (\sim information) ?

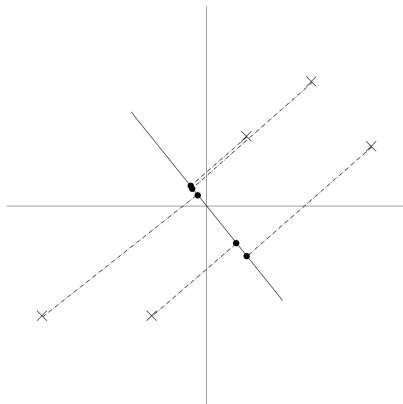
ACP



Ref : Lecture notes Andrew Ng

- Comment détecter les axes ?
- Comment calculer \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 ?
- Comment préserver un maximum de variance (\sim information) ?

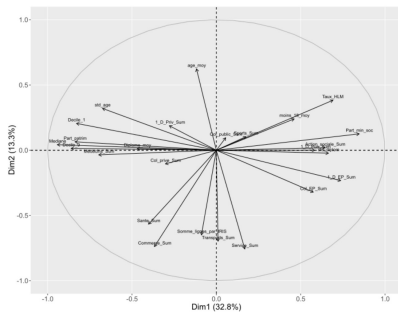
ACP



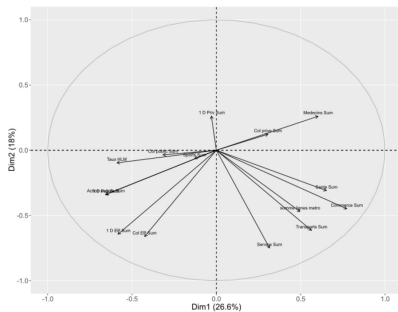
Ref : Lecture notes Andrew Ng

- Comment détecter les axes ?
- Comment calculer \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 ?
- Comment préserver un maximum de variance (\sim information) ?

Ségrégation : à partir des données – pourquoi pas une ACP ?



(a)

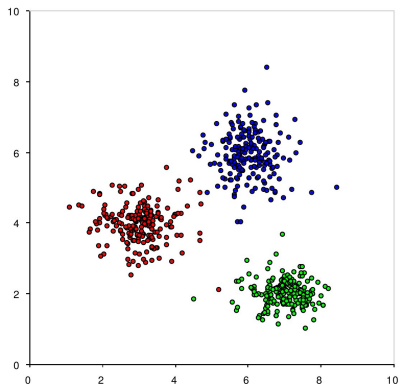


(b)

Fig. 1. PCA on all variables (a) and solely on the variables of set 3 (b).

Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan *WSOM+17* (2017)

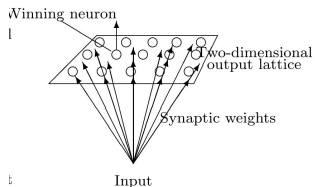
Algorithme de Kohonen - cartes auto-organisées (SOM)



Ref : Lecture notes Roman Belavkin

- Comment détecter les amas / classes / groupes ?
- Comment classer automatiquement de nouvelles données ?

Algorithme de Kohonen - cartes auto-organisées (SOM)



Ref : Lecture notes Roman Belavkin

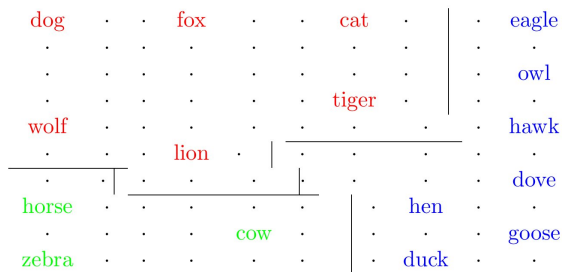
- Réseaux de “neurones”
- Apprentissage

Algorithme de Kohonen - cartes auto-organisées (SOM)

| | size | | | legs | | hair, hooves, mane, feather | | | | hunt, run, fly, swim | | | |
|-------|------|---|---|------|---|--------------------------------|---|---|---|-------------------------|---|---|---|
| | s | m | b | 2 | 4 | | | | | | | | |
| dove | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| hen | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| duck | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| goose | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| owl | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| hawk | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| eagle | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| fox | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| dog | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| wolf | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| cat | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| tiger | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| lion | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| horse | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| zebra | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| cow | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Ref : Lecture notes Roman Belavkin

Algorithme de Kohonen - cartes auto-organisées (SOM)

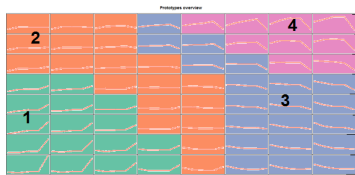


Ref : Lecture notes Roman Belavkin

Statistiques algorithmiques

- Visualisation de données multidimensionnelles
- Réduction de dimensionalité
- Réduction de bruit
- Classification non-supervisée et stochastique
- Prédiction de données manquantes

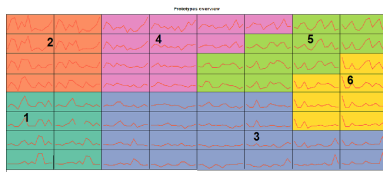
Cartes de Kohonen pour les trois jeux de données



(a)



(b)

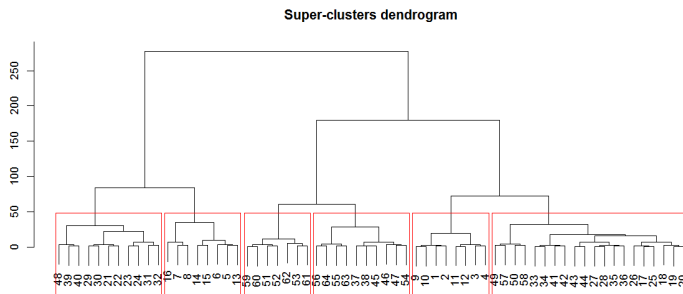


(c)

Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan WSOM+17 (2017)

Cartes de Kohonen pour les jeux 1 (figure a), 2 (b) et 3 (c) :
64 classes regroupées en 4 à 6 amas par CAH → *typologie des quartiers*

Dendrogramme du 3e jeu de données

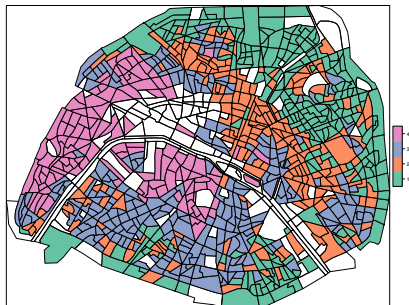


Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan *WSOM+17* (2017)

Trois images de Paris



IRIS selon leur (super)classe pour le premier jeu de variables (Revenus)



IRIS selon leur (super)classe
pour le premier jeu (Revenus)

| Cluster | 1st decile | Median income | 9th decile | Revenue from assets |
|---------|------------|---------------|------------|---------------------|
| 1 | 8173 | 18410 | 38317 | 9.5 |
| 2 | 9834 | 26567 | 56911 | 16 |
| 3 | 12542 | 32305 | 69360 | 21 |
| 4 | 13120 | 43152 | 124427 | 39 |
| All | 10672 | 28411 | 65309 | 19 |

Moyennes par classe
(en euros pour les déciles, en pourcentage
pour les parts)

Trois images de Paris



Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan *WSOM+17* (2017)

IRIS selon leur (super)classe pour le deuxième jeu de variables (Population)



IRIS selon leur (super)classe
pour le deuxième jeu (Population)

| Cluster | Age | Children per household | Education |
|---------|------|------------------------|-----------|
| 1 | 39.2 | 0.31 | 2.7 |
| 2 | 40.4 | 0.74 | 2.6 |
| 3 | 44.4 | 0.32 | 2.7 |
| 4 | 46.4 | 0.48 | 2.2 |
| All | 42.6 | 0.37 | 2.6 |

Moyennes par classe
(niveau d'éducation de pré-secondaire (1) à
3e cycle (5))

Trois images de Paris



Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan *WSOM+17* (2017)

IRIS selon leur (super)classe pour le troisième jeu de variables (Équipements, services, logements sociaux)

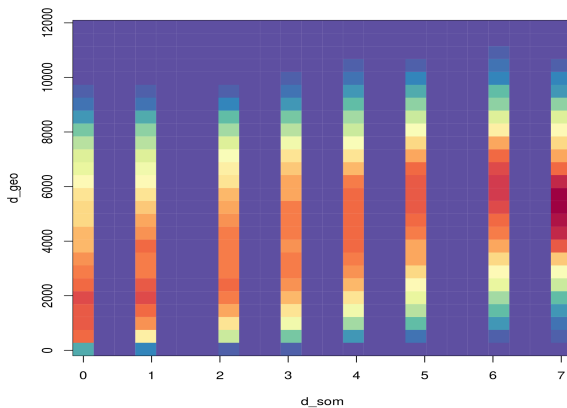


IRIS selon leur (super)classe
pour le troisième jeu
(Équipements, services, logements
sociaux)

| Cluster | Social housing | Medical doctors | EP schools | Shops | Public transport |
|---------|----------------|-----------------|------------|-------|------------------|
| 1 | 7 | 269 | 0.36 | 267 | 6.8 |
| 2 | 3 | 262 | 0.70 | 637 | 13.1 |
| 3 | 12 | 160 | 0.95 | 203 | 6.5 |
| 4 | 8 | 153 | 3.63 | 430 | 12.1 |
| 5 | 26 | 108 | 9.26 | 194 | 6.3 |
| 6 | 75 | 122 | 3.77 | 138 | 5.3 |
| All | 18 | 173 | 2.77 | 288 | 8 |

Moyennes par classe
(taux de HLM par IRIS, valeurs absolues
par IRIS et ses 10 plus proches voisins ;
transports publics : lignes dans un rayon de
800 mètres).

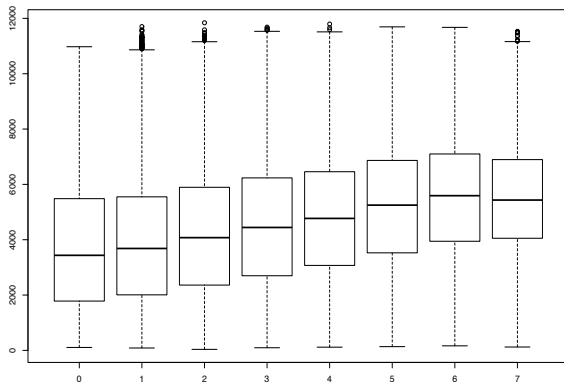
Vers de nouveaux indices de ségrégation



Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan *WSOM+17* (2017)

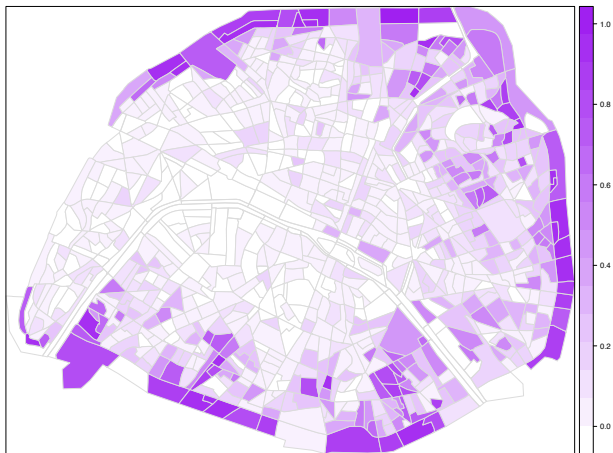
Dispersion géographique des paires d'IRIS selon leur distance sur la carte de Kohonen

Vers de nouveaux indices de ségrégation

Ref : Cottrell, Olteanu, Randon-Furling, Hazan *WSOM+17* (2017)

Dispersion géographique des paires d'IRIS selon leur distance sur la carte de Kohonen

Au-delà des aspects locaux



Ref : Randon-Furling, Olteanu, Lucquiaud *Env. & Planning B* (2018)

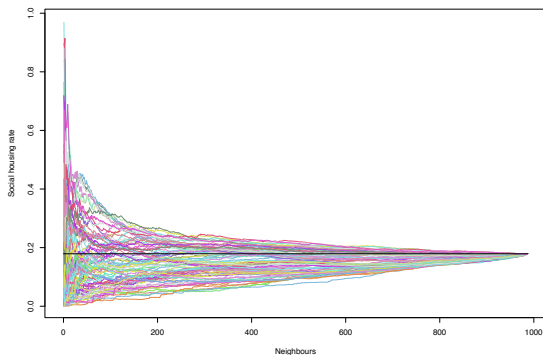
- taux de logement social très variable d'un point à l'autre
- distribution spatiale non uniforme

Modifiable Areal Unit Problem

Du MAUP à des trajectoires multi-échelles

- N unités
- $G_n(i)$ = i -ième unité + $(n - 1)$ plus proches
- $f_i(n)$ = valeur de la variable calculée sur $G_n(i)$

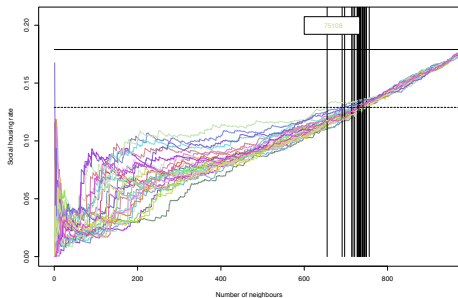
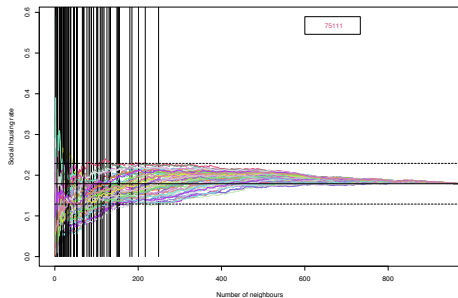
Trajectoires multi-échelles



Ref : Randon-Furling, Olteanu, Lucquiaud *Env. & Planning B* (2018)

Trajectoires pour les taux de HLM, en partant de certains (10%) des 936 IRIS de Paris.
La ligne continue donne la moyenne pour la ville (17.9%).

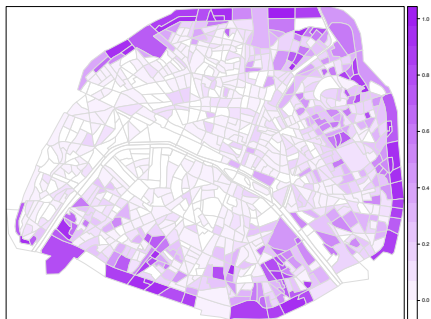
Rayon de convergence

8^e Arrondissement11^e Arrondissement

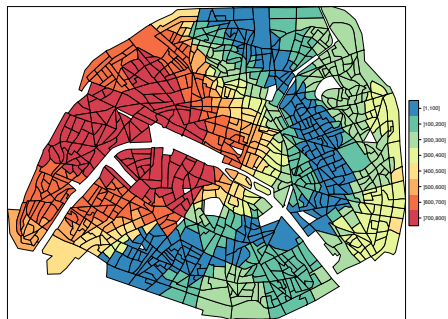
- Trajectoires pour le taux de HLM, en partant de chaque IRIS
- La ligne horizontale continue donne la moyenne pour la ville
- Les lignes pointillées correspondent à ± 0.05 autour de la moyenne
- Les droites verticales indiquent les **rayons de convergence** à ± 0.05

Taux de HLM dans Paris

Valeurs à l'IRIS



Rayons de convergence



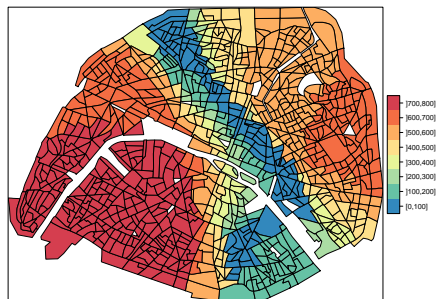
Ref : Randon-Furling, Olteanu, Lucquiaud *Env. & Planning B* (2018)

Distribution des revenus dans Paris

Valeurs à l'IRIS

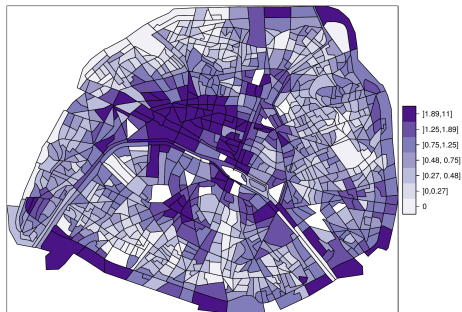


Rayons de convergence



Densité du réseau ferré métropolitain à Paris

Valeurs à l'IRIS



Rayons de convergence



Ref : Randon-Furling, Olteanu, Lucquiaud *Env. & Planning B* (2018)

Un modèle-zéro : marches aléatoires vers la moyenne

Urnes...

Traj. ville bien mélangée



Tirage urne bien mélangée
(tirage sans remise)

Un modèle-zéro : marches aléatoires vers la moyenne

Urnes...

Traj. ville bien mélangée



Tirage urne bien mélangée
(tirage sans remise)

et Théorèmes du scrutin

Dépouillement d'une élection à 2 candidats :

- si A obtient p voix et B, q voix ($p > q$)
- Prob(A toujours devant B) ?

$$\Leftrightarrow \frac{p-q}{p+q} = 2\rho - 1 \quad \text{où } \rho = \frac{p}{p+q}$$

Un modèle-zéro : marches aléatoires vers la moyenne

Urnes...

Traj. ville bien mélangée



Tirage urne bien mélangée
(tirage sans remise)

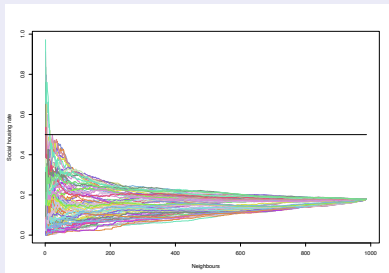
et Théorèmes du scrutin

Dépouillement d'une élection à 2 candidats :

- si A obtient p voix et B, q voix ($p > q$)
- Prob(A toujours devant B) ?

$$\Leftrightarrow \frac{p-q}{p+q} = 2\rho - 1 \quad \text{où } \rho = \frac{p}{p+q}$$

Marches non aléatoires vers la moyenne



\Leftrightarrow si Paris était bien mélangée :
64% de traj. toujours sous 0.5

\Leftrightarrow en réalité :
85% de traj. toujours sous 0.5