

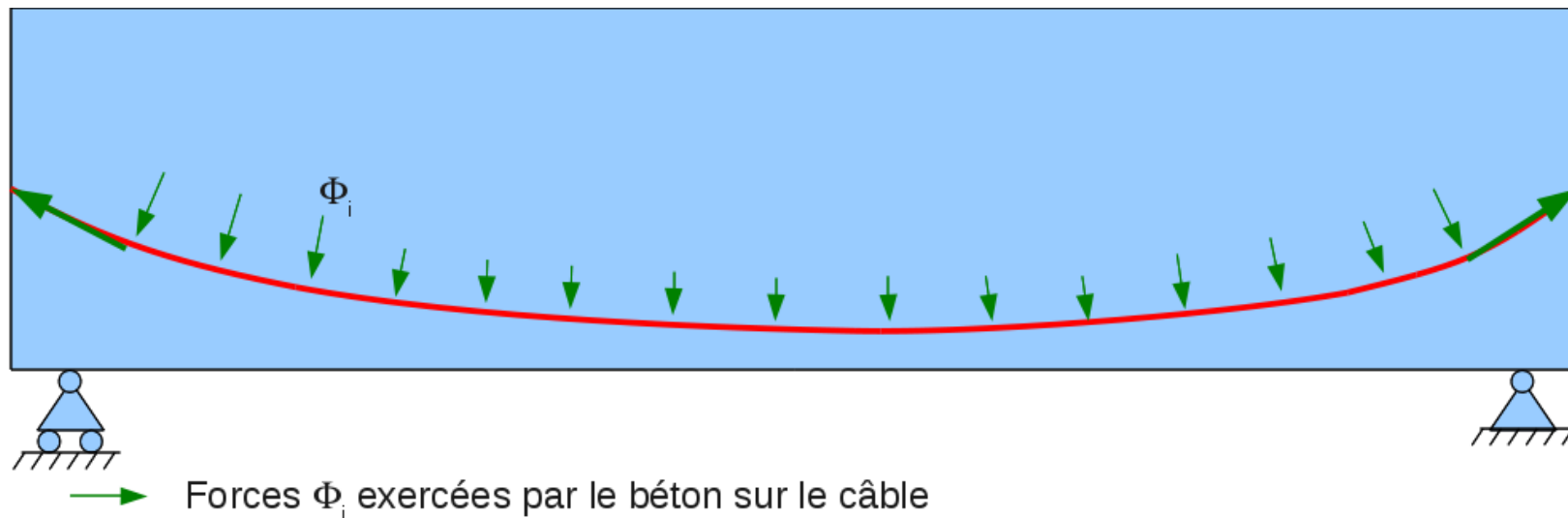
Béton précontraint : effets de la précontrainte  
dans une structure isostatique ou hyperstatique

École des Ponts

# Effets de la précontrainte dans une structure

- Isolons le câble, bilan des efforts sur le câble :
  - Efforts  $\{\Phi_i\}$  du béton sur le câble
- Système câble en équilibre ->

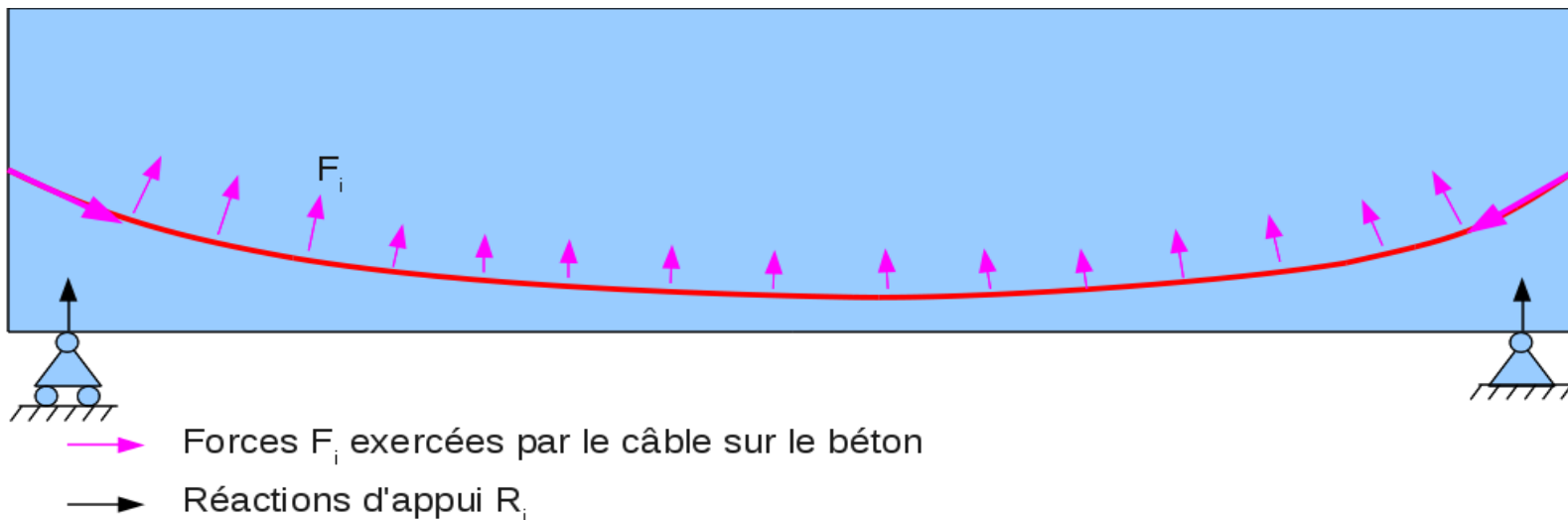
$$\begin{aligned} \sum \vec{\Phi}_i &= \vec{0} \\ \sum O\vec{M}_i \wedge \vec{\Phi}_i &= \vec{0} \end{aligned} \iff \{T_{\text{béton} \rightarrow \text{câble}}\} = \vec{0}$$



# Effets de la précontrainte dans une structure

- Isolons la structure béton (hors câble), bilan des efforts :
  - Efforts  $\{F_i\}$  du câble sur le béton
  - Réactions d'appui  $\{R_i\}$
- Principe action - réaction

$$\vec{\Phi}_i = -\vec{F}_i \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \sum \vec{F}_i = \vec{0} \\ \sum O\vec{M}_i \wedge \vec{F}_i = \vec{0} \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \{T_{\text{câble} \rightarrow \text{béton}}\} = \vec{0}$$



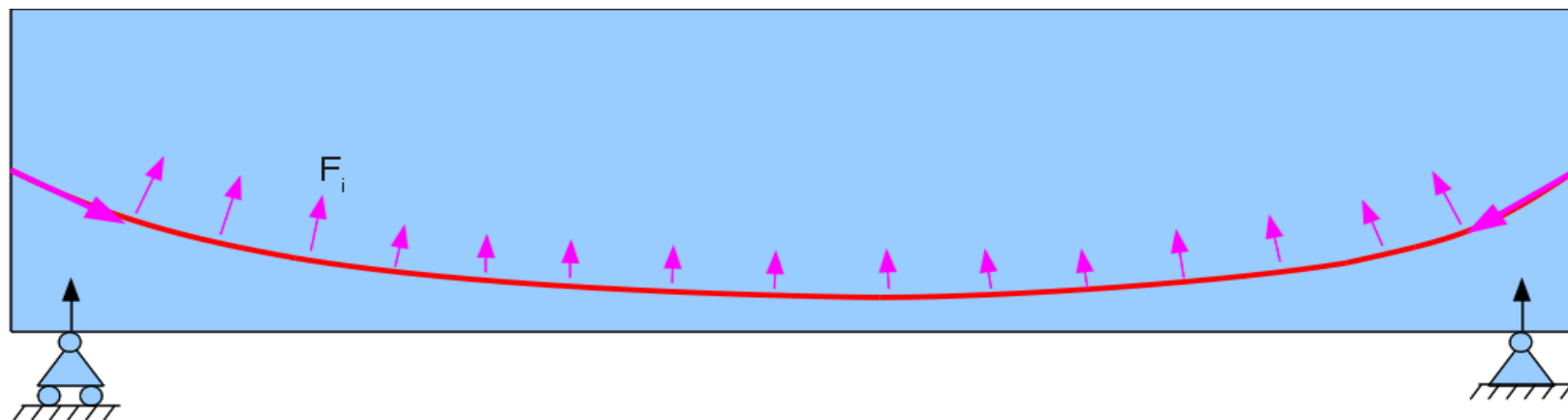
# Effets de la précontrainte dans une structure

- Système béton (hors câble) en équilibre

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_i + \sum \vec{R}_i &= \vec{0} \\ \sum \vec{OM}_i \wedge \vec{F}_i + \sum \vec{OM}_i \wedge \vec{R}_i &= \vec{0} \end{aligned} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} \sum \vec{R}_i &= \vec{0} \\ \sum \vec{OM}_i \wedge \vec{R}_i &= \vec{0} \end{aligned}$$

nul

$$\Longrightarrow \left\{ T_{\text{réactions appui} \rightarrow \text{béton}} \right\} = \vec{0}$$



—→ Forces  $F_i$  exercées par le câble sur le béton

—→ Réactions d'appui  $R_i$

# Effets de la précontrainte dans une structure isostatique

- Cas d'une structure isostatique

$$\{T_{\text{réactions appui} \rightarrow \text{béton}}\} = \vec{0}$$



Toutes les réactions d'appui sont nulles  
La précontrainte ne crée pas de réactions d'appui

# Effets de la précontrainte dans une structure hyperstatique

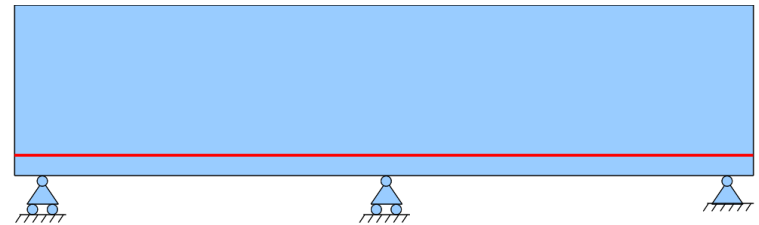
- Cas d'une structure hyperstatique

$$\left\{ T_{\text{réactions appui} \rightarrow \text{béton}} \right\} = \vec{0}$$

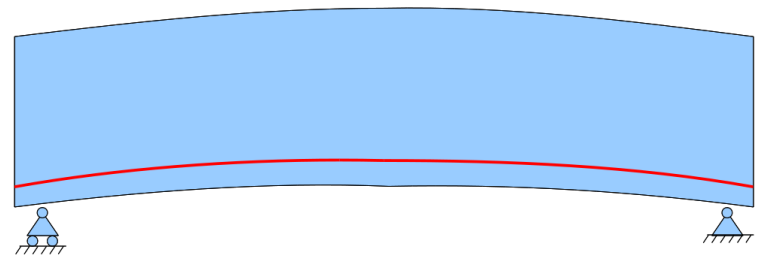
Toutes les réactions d'appui ne sont pas forcément nulles

- Exemple

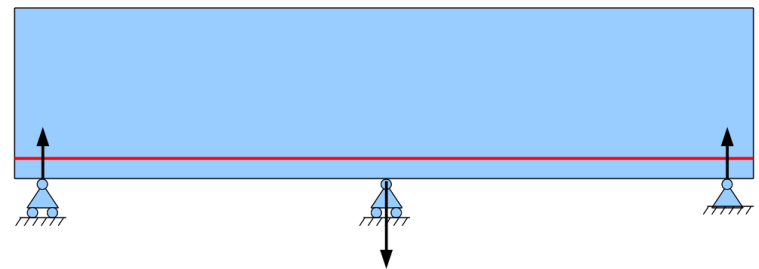
Structure réelle



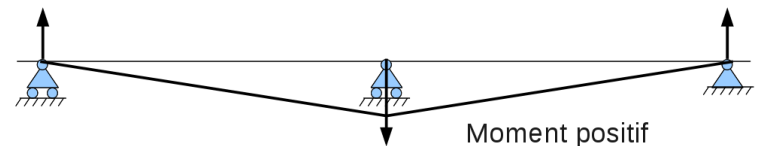
Structure rendue isostatique



Apparition de réactions hyperstatiques auto-équilibrées

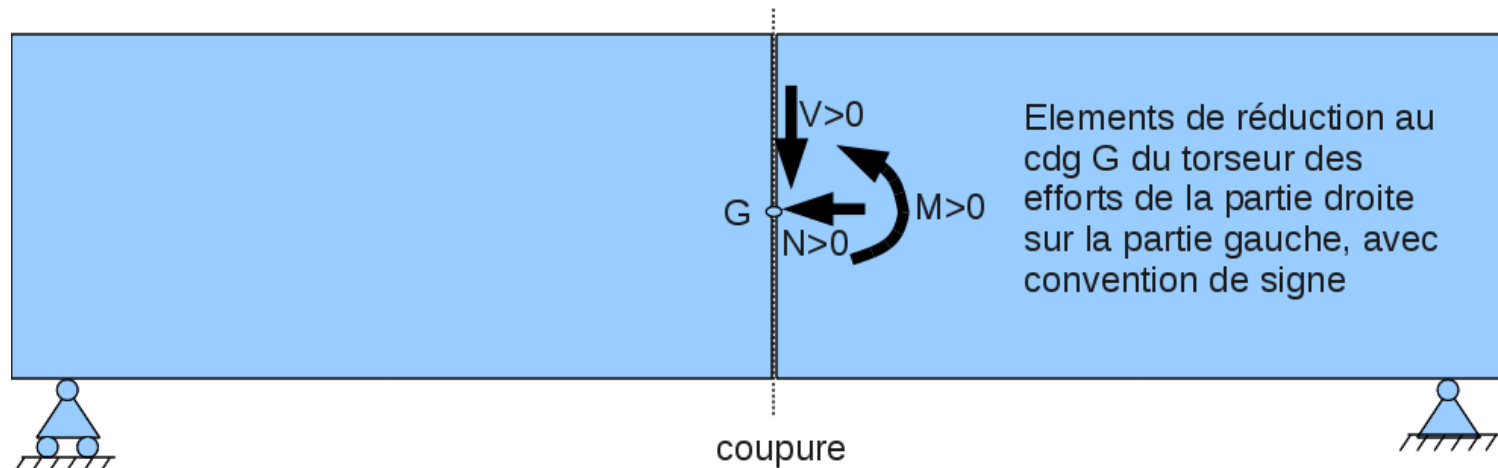
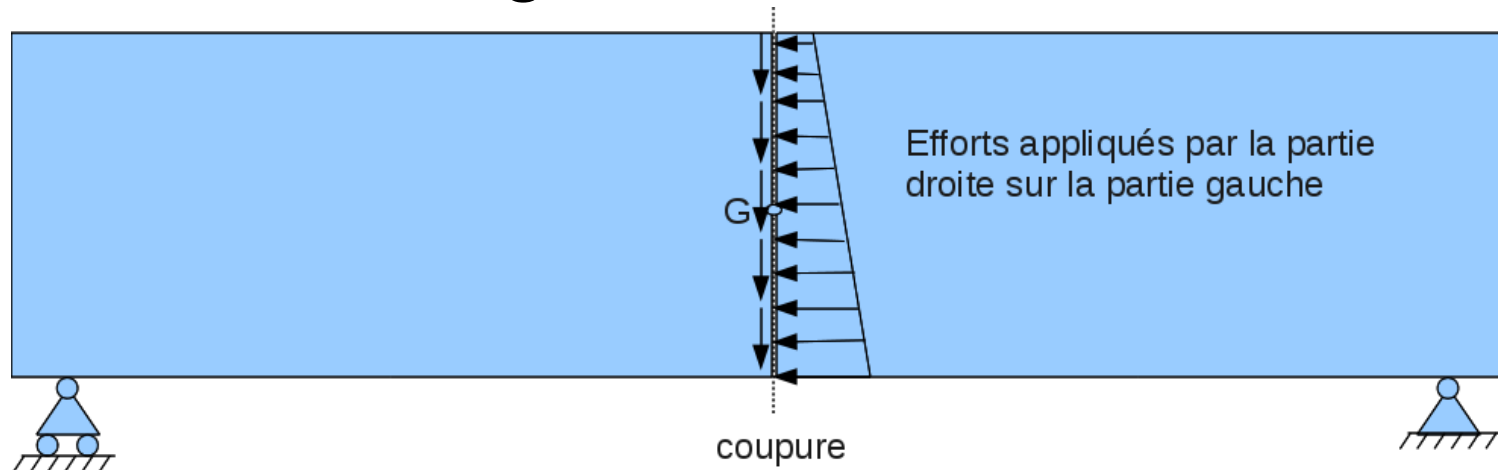


Moment hyperstatique



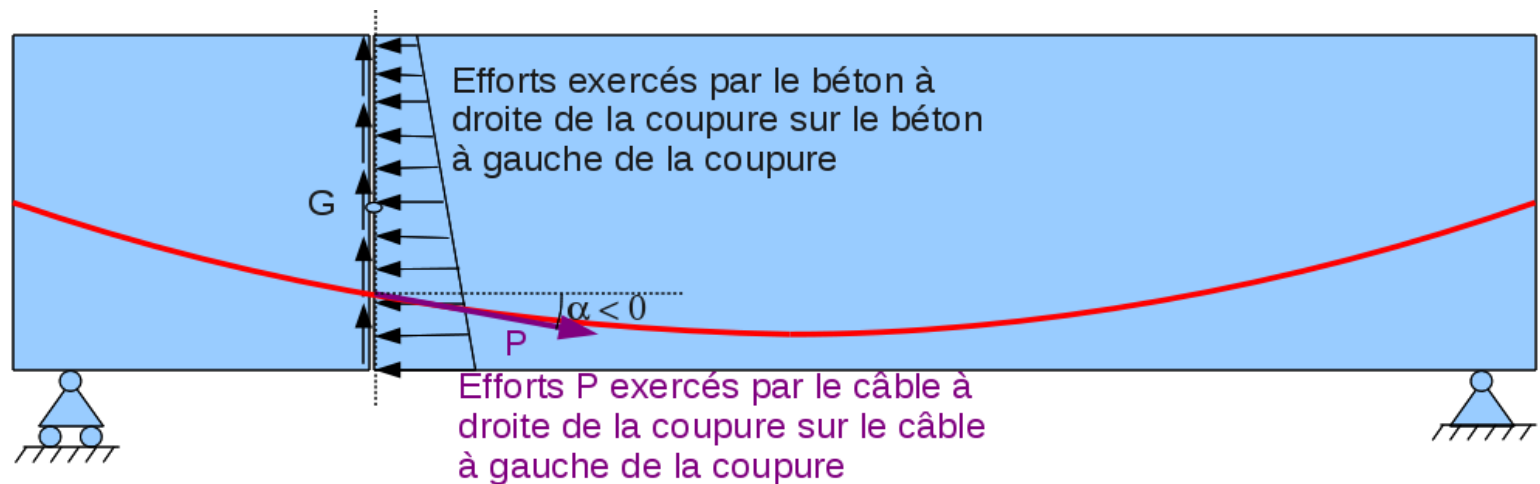
# Effets de la précontrainte dans une structure, sollicitations RDM

- Rappel sur les sollicitations RDM  $\{N, M, V\}$  conventions de signe



# Effets de la précontrainte dans une structure isostatique, sollicitations RDM

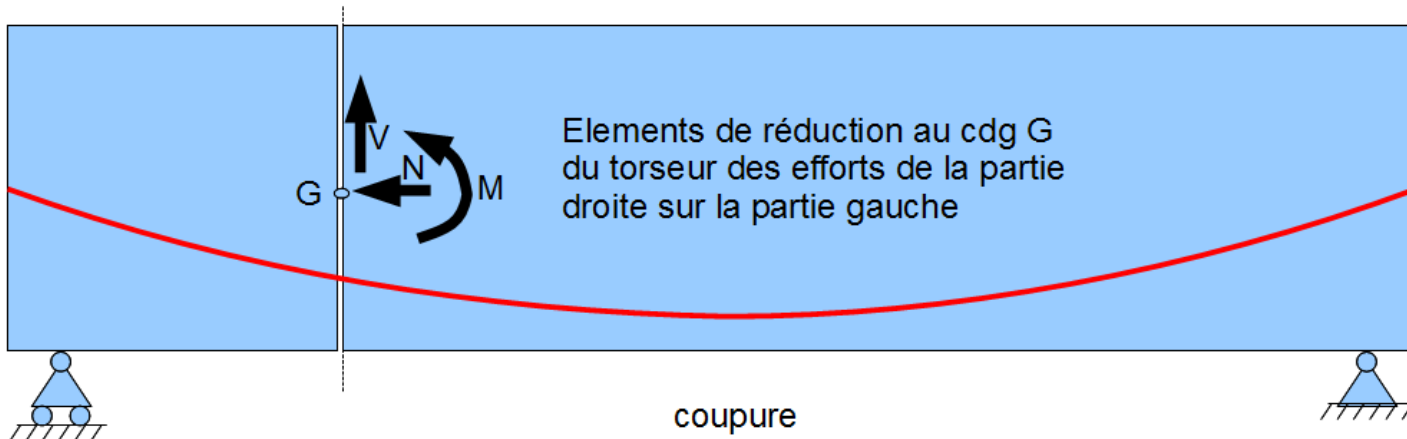
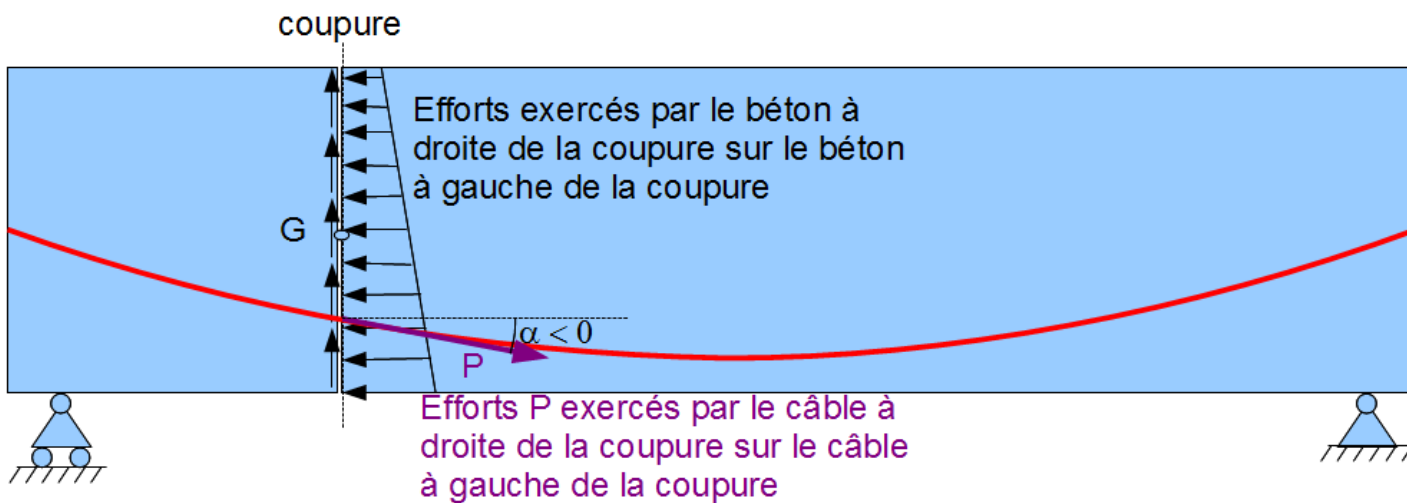
- Isolons le système câble + béton à gauche de la coupure
- Bilan des efforts exercés sur le système
  - Réaction d'appui (nulle dans le cas isostatique)
  - Efforts béton à droite sur béton à gauche
  - Effort partie de câble à droite sur partie de câble à gauche





# Effets de la précontrainte dans une structure isostatique, sollicitations RDM

$$\left\{ T_{\text{béton}D \rightarrow \text{béton}G} \right\} = - \left\{ T_{\text{câble}D \rightarrow \text{câble}G} \right\}$$

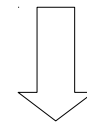


$$N = P \cos(\alpha)$$

$$M = P \cdot e_0 \cdot \cos(\alpha)$$

$$V = P \cdot \sin(\alpha)$$

En général :  $\alpha \ll 1$



$$N \approx P$$

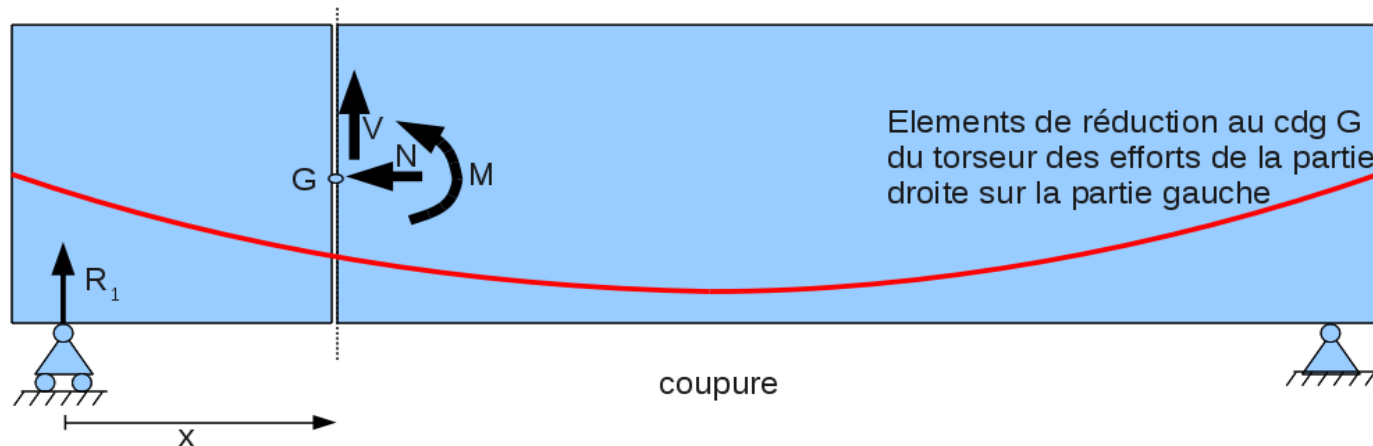
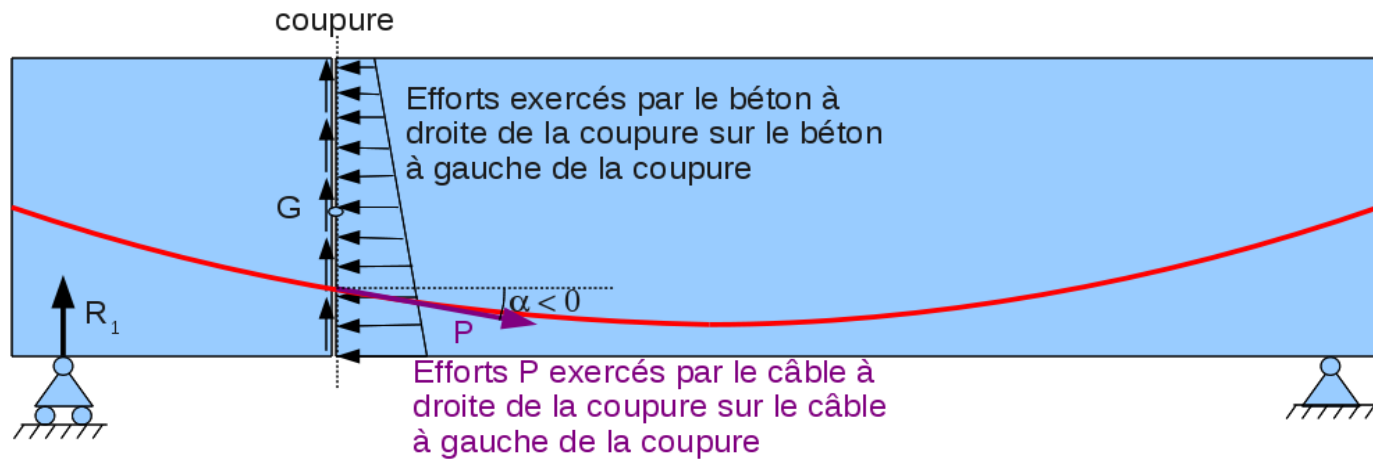
$$M \approx P \cdot e_0$$

$$V = P \cdot \sin(\alpha) \approx P \cdot \alpha$$

**Les sollicitations ne dépendent que de la position et de l'angle du câble dans la section**

# Effets de la précontrainte dans une structure hyper, sollicitations RDM

$$\left\{ T_{\text{béton } D \rightarrow \text{béton } G} \right\} = - \left\{ T_{\text{câble } D \rightarrow \text{câble } G} \right\} - \left\{ T_{\text{Réactions Appui Gauche Coupure}} \right\}$$



Effet hyperstatique

Effet isostatique

$$N = P \cos(\alpha)$$

$$M = P \cdot e_0 \cdot \cos(\alpha) + x R_1$$

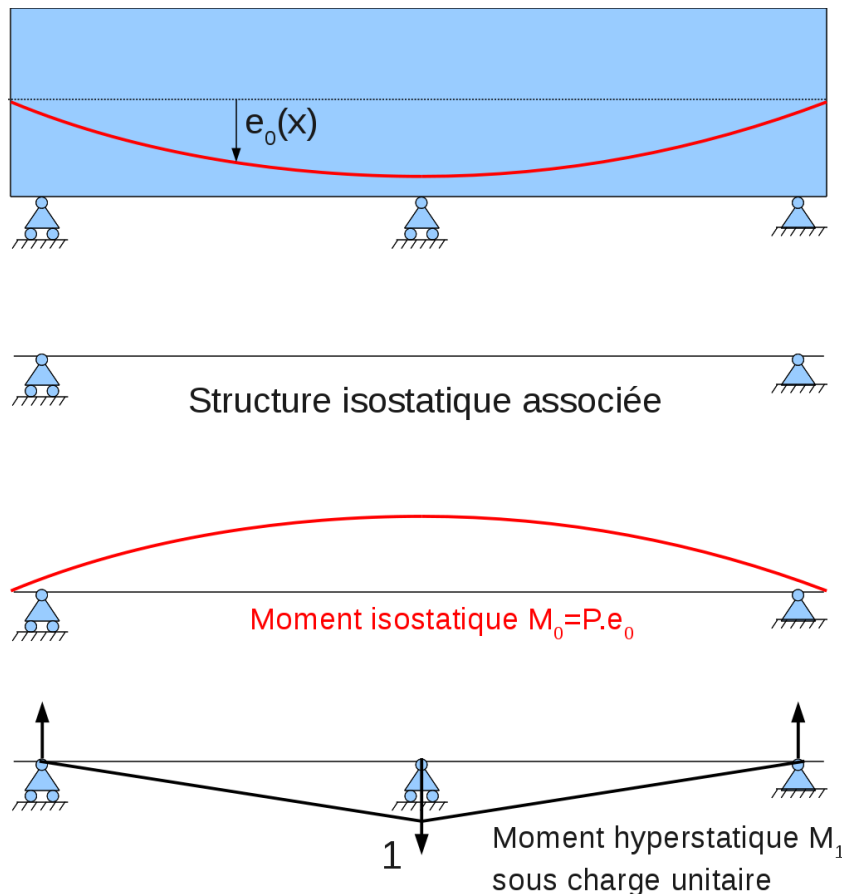
$$V = P \cdot \sin(\alpha) + R_1$$

# Effets de la précontrainte dans une structure hyper, sollicitations RDM

2 méthodes couramment utilisées en hyperstatique :

1) Méthode interne : basée sur la méthode des forces. On choisit structure iso associée, on calcule facilement les sollicitations RDM (ex :  $M = P \cdot e_0$  pour le moment) sur la structure iso. On détermine ensuite les inconnues hyperstatiques et résolution.

Ex :



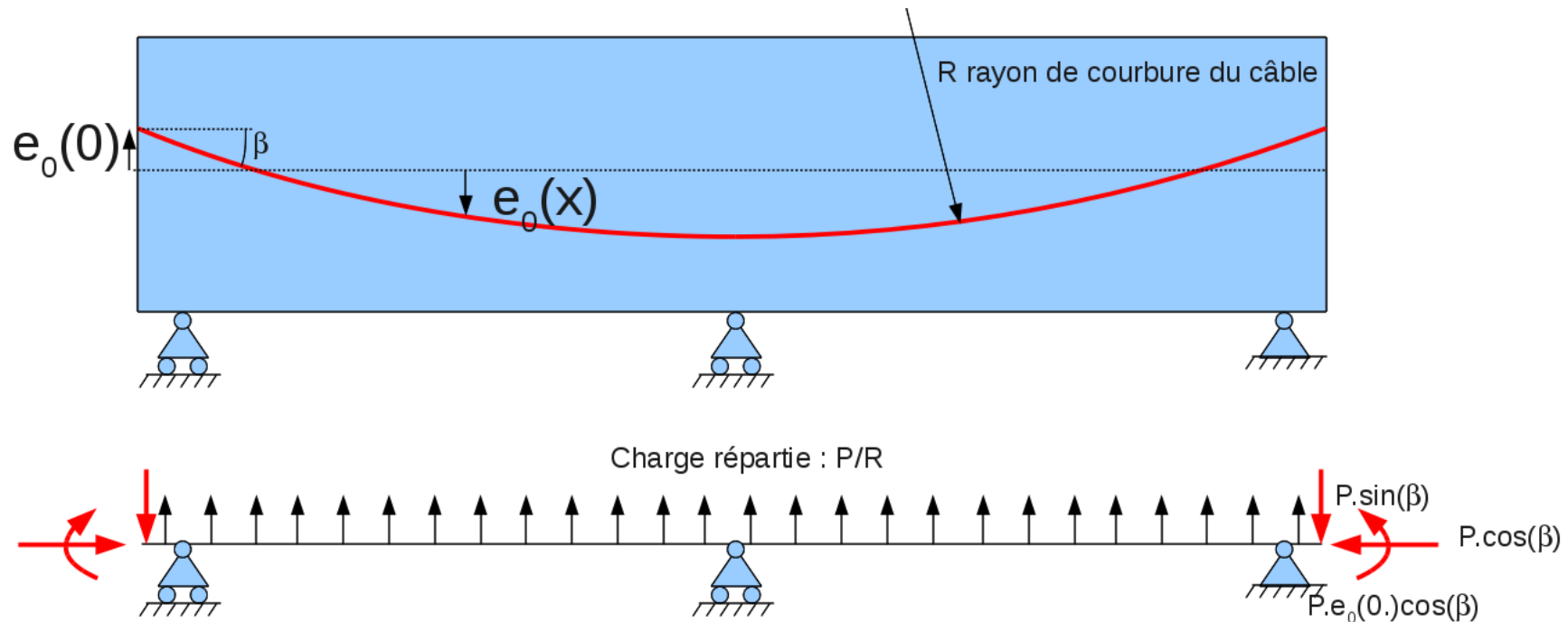
On détermine l'inconnue  $X_1$ , tel que  $X_1 \cdot M_1$  est le moment hyperstatique en résolvant l'équation :

$$X_1 = \frac{\int M_0 M_1}{\int M_1^2}$$

# Effets de la précontrainte dans une structure hyper, sollicitations RDM

2 méthodes couramment utilisées en hyperstatique :

2) Méthode externe : on calcule  $\{F_i\}$ , les forces exercées par le câble sur le béton, puis on calcule les sollicitations dues à  $\{F_i\}$  sur toute la structure hyperstatique



Puis résolution RDM classique (méthode des forces, méthode des déplacements ou méthode des trois moments)