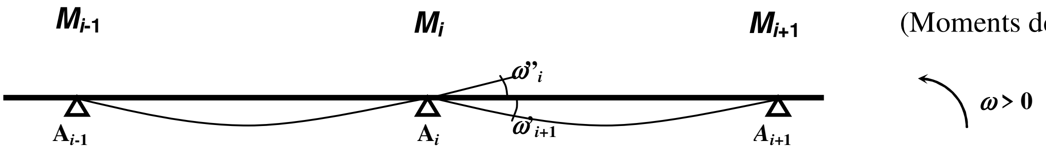
RAPPEL : méthode d’analyse des poutres continues à partir de la relation des trois moments



(Moments de continuité)

Relation des trois moments au droit de l’appui A_i :

$$b_i \cdot M_{i-1} + (c_i + a_{i+1}) \cdot M_i + b_{i+1} \cdot M_{i+1} = \omega'_{i+1} - \omega''_i$$

- ω''_i et ω'_{i+1} sont les rotations isostatiques sous le chargement réel :

$$\omega''_i = \int_0^{l_i} m(x) \cdot \frac{x}{l_i} \cdot \frac{dx}{EI} \qquad \omega'_i = -\int_0^{l_i} m(x) \cdot \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \cdot \frac{dx}{EI}$$

où $m(x)$ est le moment isostatique, qui vaut ici $P(x)e_0(x)$.

- a_i, b_i et c_i sont les coefficients de souplesse de la travée i (ou les rotations unitaires) :

$$a_i = \int_0^{l_i} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right)^2 \frac{dx}{EI} \qquad b_i = \int_0^{l_i} \frac{x}{l_i}\left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \frac{dx}{EI} \qquad c_i = \int_0^{l_i} \left(\frac{x}{l_i}\right)^2 \frac{dx}{EI}$$

pour une travée d’inertie constante : $a_i = c_i = \dfrac{l_i}{3EI}$; $b_i = \dfrac{l_i}{6EI}$

Le système de $(n - 1)$ équations peut être résolu par la méthode des foyers, résumée ci-après.
Si seule la travée i est chargée, la résolution du système donne :

$$M_{i-1} = \frac{1}{b_i} \cdot \frac{\varphi_i \cdot (\omega'_i + \varphi'_i \cdot \omega''_i) \cdot}{(1 - \varphi_i \cdot \varphi'_i)} \qquad M_{i-2} = -\varphi_{i-1} \cdot M_{i-1} \quad \text{etc.}$$

$$M_i = -\frac{1}{b_i} \cdot \frac{\varphi'_i \cdot (\omega''_i + \varphi_i \cdot \omega'_i) \cdot}{(1 - \varphi_i \cdot \varphi'_i)} \qquad M_{i+1} = -\varphi'_{i+1} \cdot M_i \quad \text{etc.}$$

où φ_i (resp. φ'_i) est le rapport focal de gauche (resp. de droite) de la travée i.

Les rapports focaux vérifient les relations de récurrence :

$$\varphi_{i+1} = \frac{b_{i+1}}{c_i + a_{i+1} - b_i \cdot \varphi_i} \qquad \text{avec } \varphi_1 = 0$$

$$\varphi'_{i-1} = \frac{b_{i-1}}{c_{i-1} + a_i - b_i \cdot \varphi'_i} \qquad \text{avec } \varphi'_n = 0$$

Dans le cas d’une poutre de section constante et dont les portées sont toutes égales à l :

$$\varphi_{i+1} = \frac{1}{4 - \varphi_i} \qquad \varphi'_{i-1} = \frac{1}{4 - \varphi'_i}$$

pour les travées courantes (loin des extrémités) :

$$\varphi_i = \varphi'_i = 2 - \sqrt{3} \approx 0,268$$

Pour un chargement appliqué sur plusieurs travées, ce qui est en général le cas pour la précontrainte, il suffit de décomposer le chargement travée par travée et des superposer les résultats. Bien entendu, en fonction des conditions de régularité et de symétrie de la poutre, le système d’équations peut parfois se simplifier.