
ENPC - Module BAEP3

**PLAQUES ET COQUES -
EXEMPLE DE FERRAILLAGE D'UNE DALLE A L'AIDE
D'UN MODELE DE CALCUL AUX ELEMENTS FINIS**

M. Bué - Le 04/06/20

SOMMAIRE

1. PRESENTATION
2. TRAVAIL DANS ANSYS : LES CAS ELEMENTAIRES
3. TRAVAIL DANS ARMATEC
 - 3.1 Combinaisons et enveloppes
 - 3.2 Remarques diverses
 - 3.3 Cartographies de sollicitations
 - 3.4 Calcul des armatures
 - 3.5 ELU Fondamental – Cartographies d’armatures
 - 3.6 ELS caractéristique - Limitation des contraintes
 - 3.7 ELS quasi-permanent - Limitation des largeurs de fissures
 - 3.8 Choix du ferrailage pratique
 - 3.9 Vérification à l’effort tranchant

1. PRESENTATION

> Géométrie

- On considère une dalle de 12 m x 12 m d'une épaisseur de 1m
- Elle repose sur 4 poteaux (carrés mauves) espacés de 8 m en X et 4 m en Y

> Charges appliquées

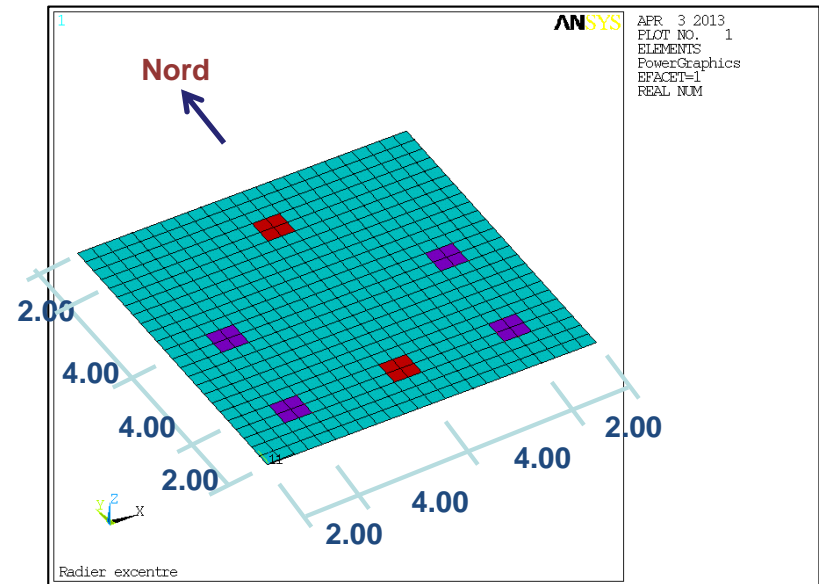
- La dalle supporte 2 poteaux (carrés rouges) exerçant chacune les charges suivantes :
 $G = 500 \text{ kN}$ $Q = 500 \text{ kN}$
- Charges réparties :
 - * Poids propre : $g = 1.0 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 25 \text{ kN/m}^2$
 - * Charges d'exploitation : $q = 10 \text{ kN/m}^2$

> Matériaux

- Béton : $f_{ck} = 3.0 \text{ MPa}$
Classe d'exposition : XC3
- Armatures : $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

> Objectif

- Déterminer le ferrailage pratique de cette dalle, calculée aux éléments finis



1. PRESENTATION

> Modèle de calcul ANSYS

- Le calcul des sollicitations est effectué dans ANSYS -> calcul de cas de charges élémentaires

> Choix de la taille de maille

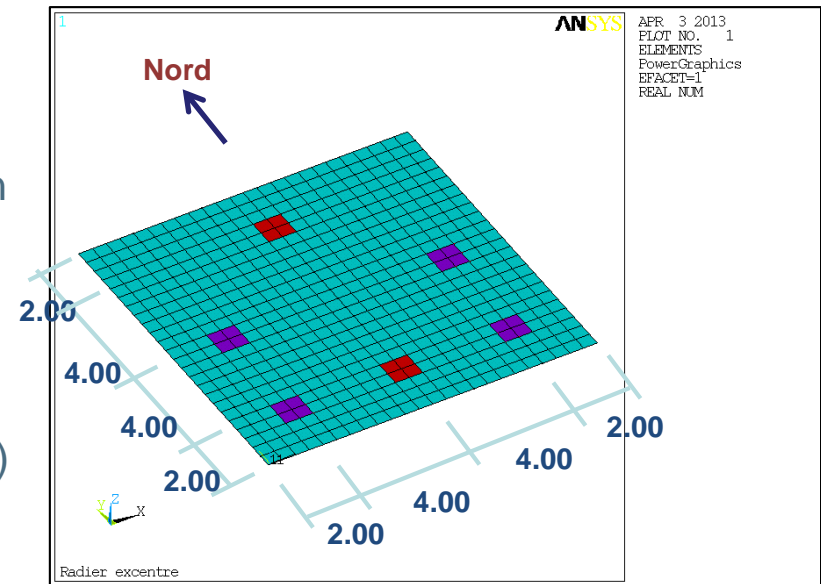
- Une taille de maille de 0.50m a été choisie.

Noter que cette taille de maille peut dépendre de différents paramètres tels que :

- * l'épaisseur de la dalle
- * la taille des éventuelles réservations (ouvertures)
- * le nombre d'éléments finis par travée (de préférence > 4)
- * etc.

- Un bon maillage se doit d'être :

- ni trop grossier (manque de précision des résultats, de régularité du maillage)
- ni trop raffiné (risque de singularités = valeurs localement très élevées ; temps de calcul ; taille des fichiers...)

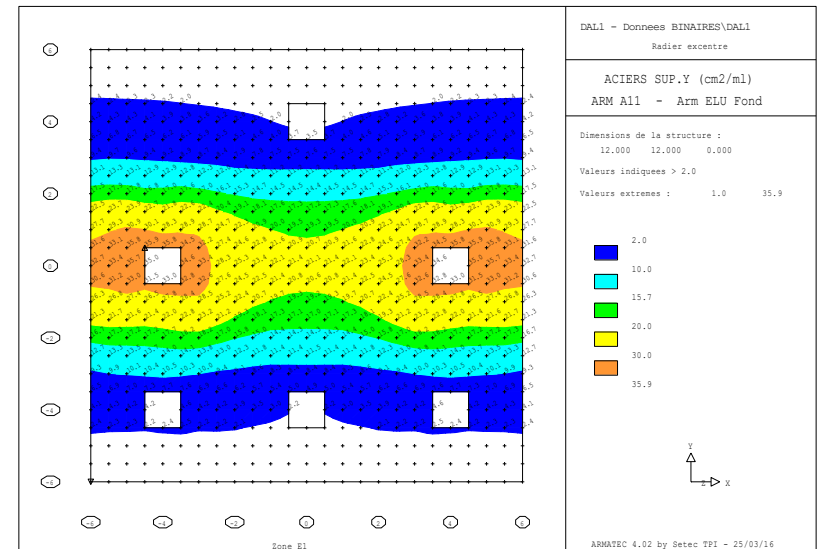
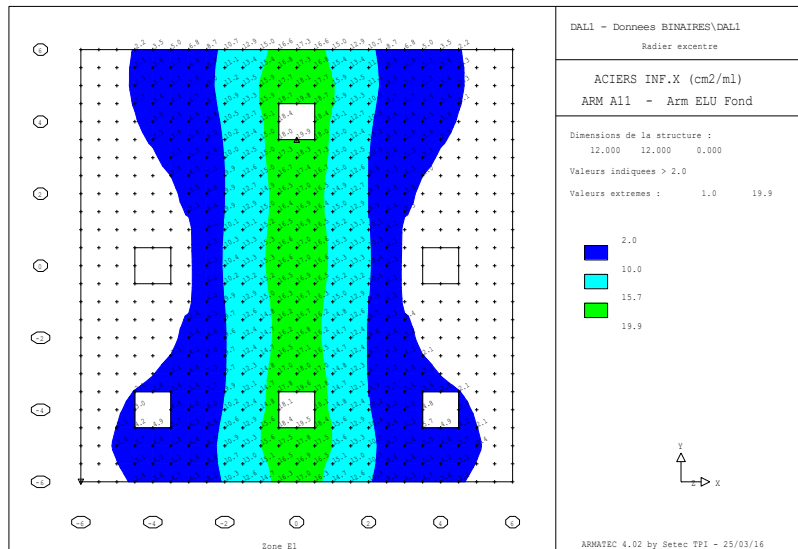


1. PRESENTATION

> Post-traitement ARMATEC

- On utilise ensuite le logiciel ARMATEC (développé par setec tpi) pour effectuer :
 - les combinaisons et enveloppes réglementaires de cas de charges (ELU fondamental, ELS caractéristique, ELS quasi-permanent)
 - la détermination des armatures longitudinales et transversales

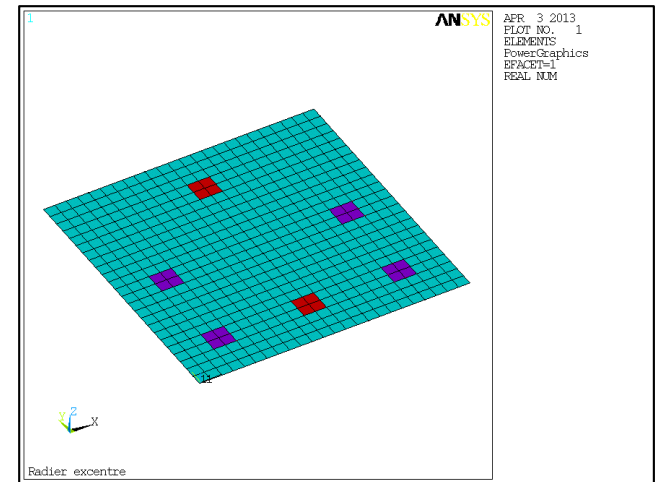
Nous allons voir maintenant toutes les étapes de cette étude.



Exemples de cartographies d'armatures

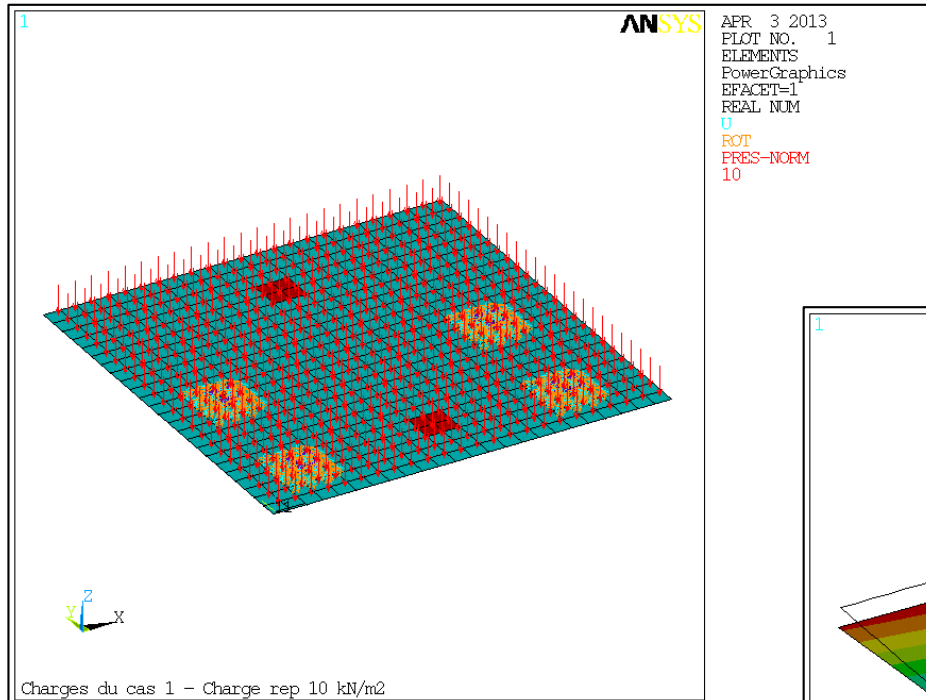
2. TRAVAIL DANS ANSYS : LES CAS ELEMENTAIRES

- 3 cas de charge élémentaires ont été calculés :
 - cas n° 1 : charge répartie uniforme de 10 kN/m² sur toute la dalle
 - cas n° 2 : charge de 10 kN au droit du poteau Nord
 - cas n° 3 : charge de 10 kN au droit du poteau Sud
- Les « vrais » cas de charge s'obtiendront en appliquant des coefficients multiplicatifs à ces cas de base.
- Lorsqu'on effectue des calculs aux éléments finis, il faut au minimum contrôler :
 - la position et l'intensité des charges appliquées
 - la somme des réactions d'appuis
 - l'allure de la déformée

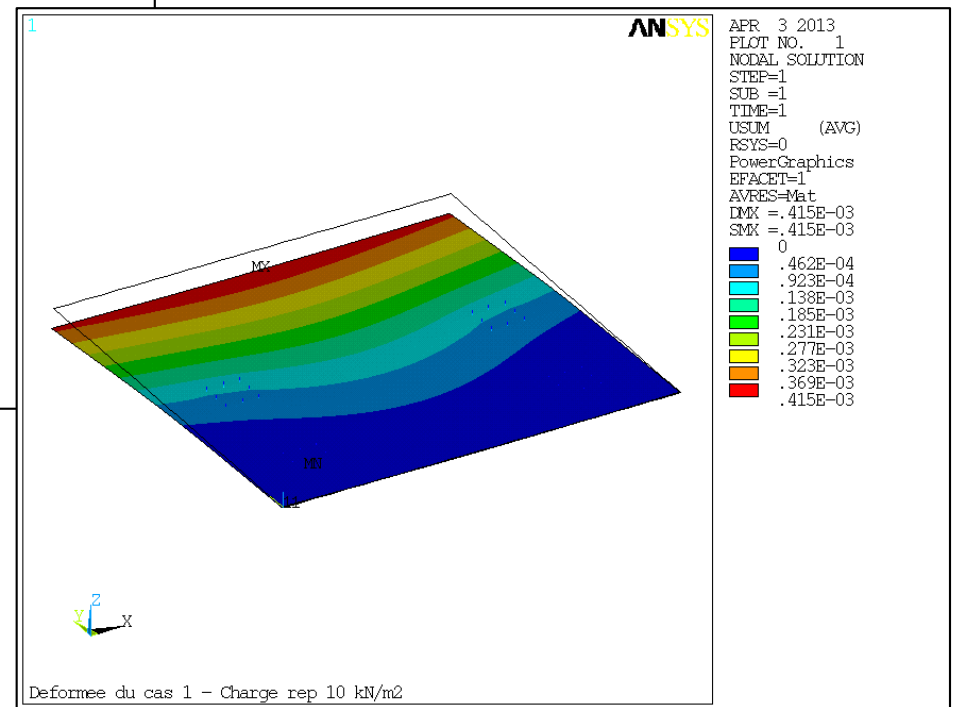


2. TRAVAIL DANS ANSYS : LES CAS ELEMENTAIRES

> Cas n° 1 : Charge répartie uniforme



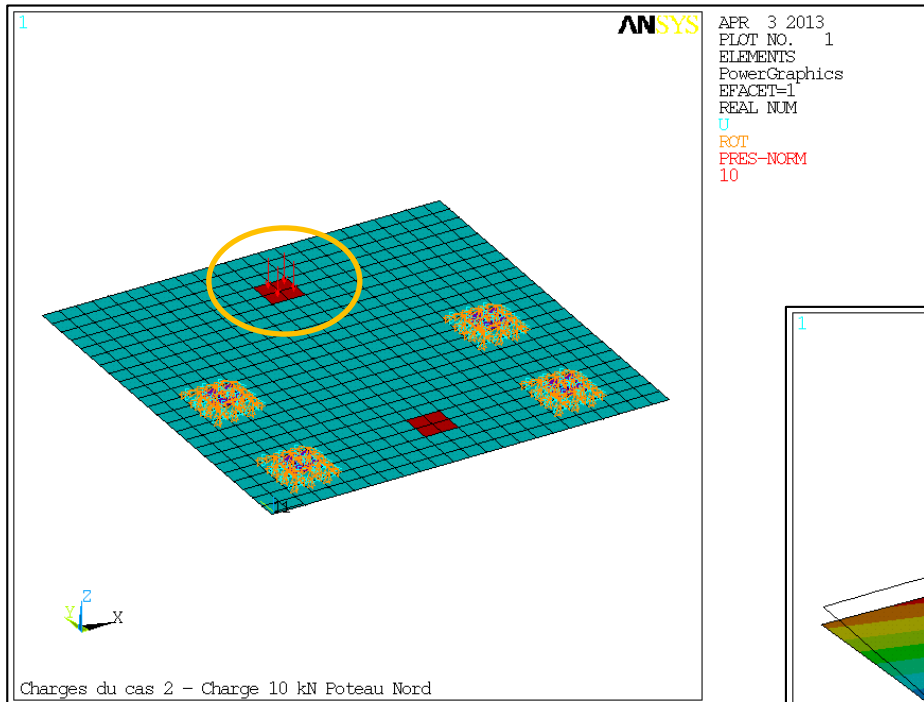
Charges appliquées



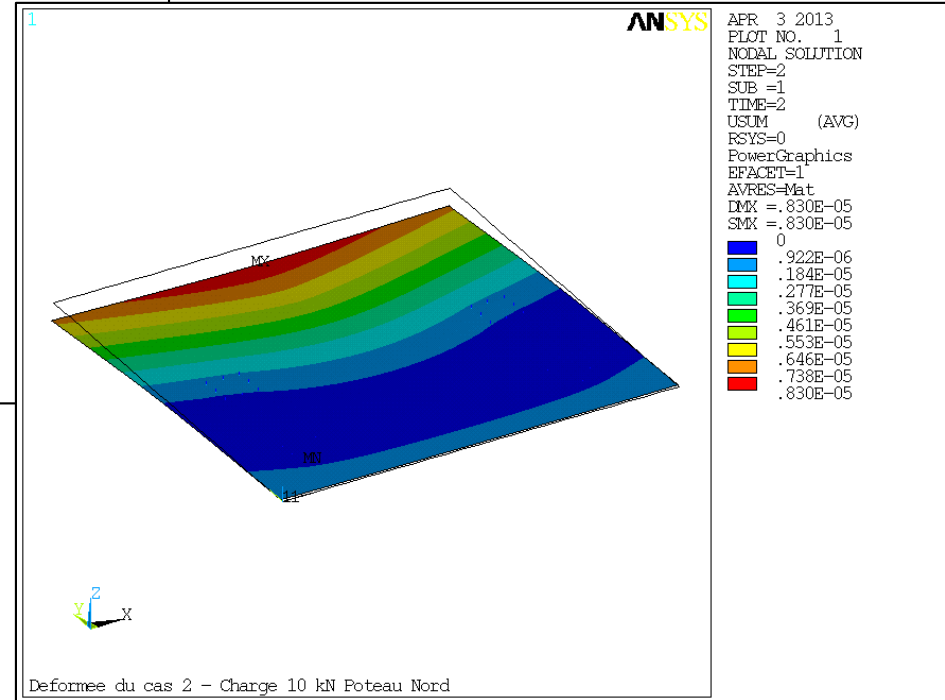
Allure de la déformée

2. TRAVAIL DANS ANSYS : LES CAS ELEMENTAIRES

> Cas n° 2 : Charge au droit du poteau Nord



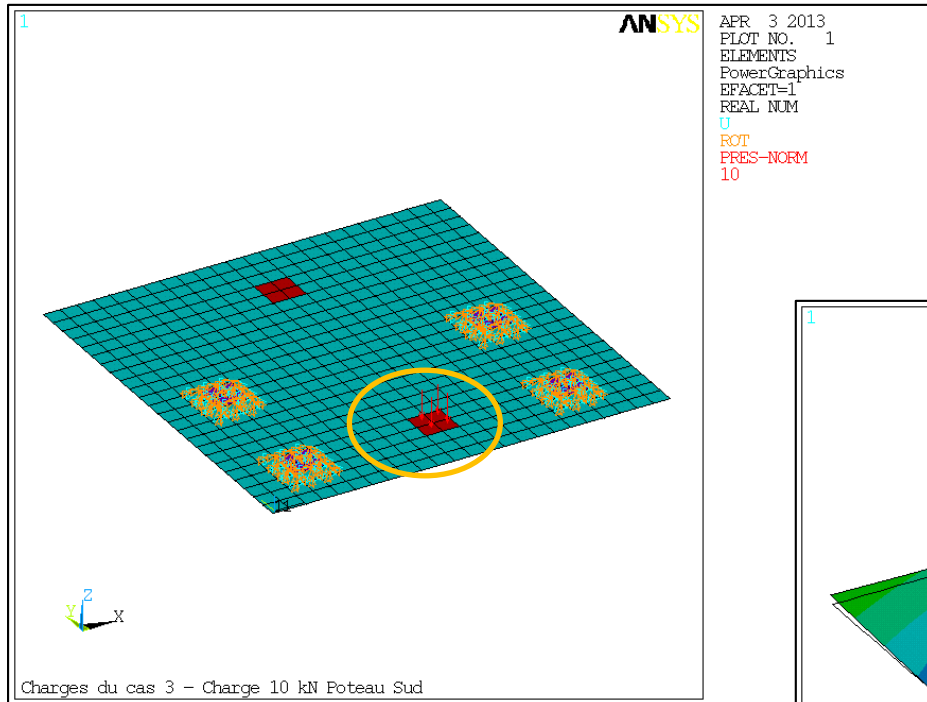
Charges appliquées



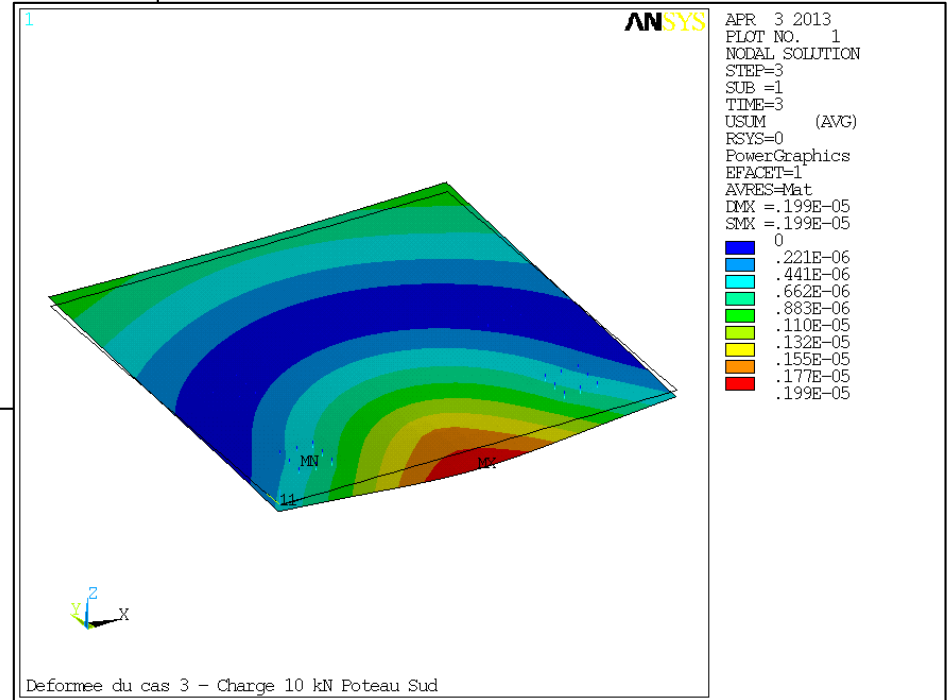
Allure de la déformée

2. TRAVAIL DANS ANSYS : LES CAS ELEMENTAIRES

> Cas n° 3 : Charge au droit du poteau Sud



Charges appliquées



Allure de la déformée

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.1 Combinaisons et enveloppes

> Enveloppe de G = Cas 11

Cas	Cas	Coef	Charge
11	1	2.5	25 kN/m ²
	2 et 3	50	500 kN

> Enveloppe de Q = Cas 12

Cas	Cas	Coef	Charge
12	1	0 ou 1	10 kN/m ²
	2 et 3	0 ou 50	500 kN

> ELU fondamental = Cas 21

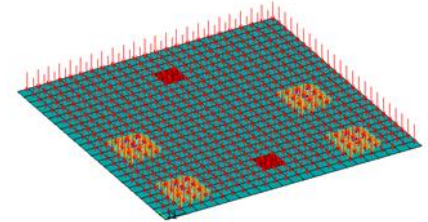
Cas	Cas	Coef
21	11 - G	1 ou 1.35
	12 - Q	0 ou 1.5

> ELS caractéristique = Cas 22

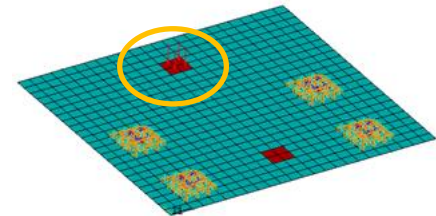
Cas	Cas	Coef
22	11 - G	1
	12 - Q	0 ou 1

> ELS quasi-permanent = cas 23

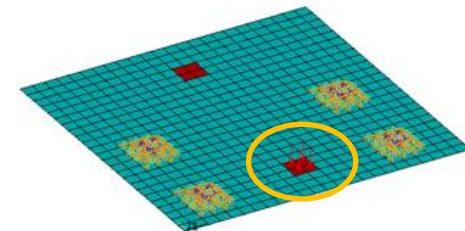
Cas	Cas	Coef
23	11 - G	1
	12 - Q	0 ou 0.3



Cas 1 : 10 kN/m² réparti



Cas 2 : 10 kN Nord



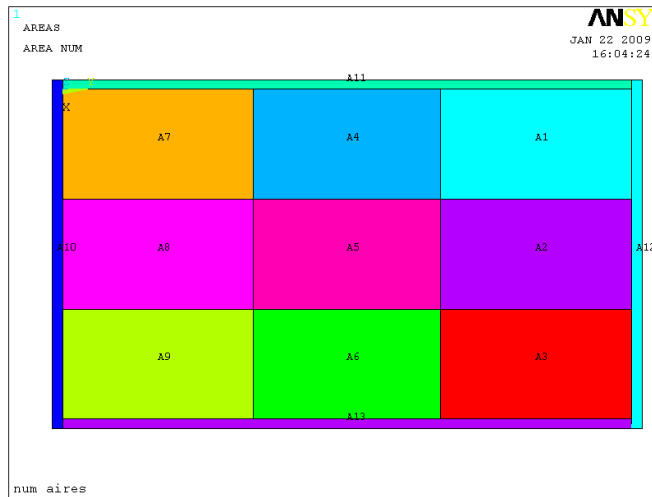
Cas 3 : 10 kN Sud

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.2 Remarques diverses

> Cas de dalles multiples : notion de chargement en damier

Considérons par exemple un plancher comportant 9 dalles (séparées par des voiles ou des poutres) ; il y a lieu de charger (ou non) chacune des dalles élémentaires.



Ceci consiste à calculer 9 cas élémentaires, puis à effectuer des combinaisons avec coefficients « 0 ou 1 ».

Cas	Coef	Nombre de possibilités	2n combinaisons possibles ! (soit 512 si n=9)
Q1	0 ou 1	2 possibilités	
Q2	0 ou 1	2 possibilités	
...	
Q9	0 ou 1	2 possibilités	

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> **Notion de combinaisons avec coefficients enveloppes**

En fait il n'est pas nécessaire de calculer toutes ces combinaisons puis d'en chercher l'enveloppe : il est possible d'accéder directement aux valeurs enveloppes, en procédant de la façon suivante :

- la valeur max s'obtient en pondérant par 1 les valeurs positives, 0 les valeurs négatives
- la valeur min s'obtient en pondérant par 1 les valeurs négatives, 0 les valeurs positives

Exemple

- On suppose qu'on cumule 4 cas de charges avec des coefficients 0 ou 1
- On recherche les valeurs min et max d'une grandeur « S »

Cas	Valeur « S »	Coef pour cumul min	Coef pour cumul max
Q1	12	0	1
Q2	-3	1	0
Q3	25	0	1
Q4	-32	1	0
Cumul		-35	37

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> **Enveloppe de cas de charges avec conservation des efforts concomitants**

- En chaque nœud d'une plaque, il existe 8 sollicitations.
- Supposons qu'on cherche à calculer l'enveloppe de plusieurs cas de charges

Cas	Fxx	Fyy	Fxy	Mxx	Myy	Mxy	Vxz	Vyz
1								
2								
...								

- Une première méthode consisterait à calculer séparément le min et le max de chacun des efforts. Puis on calculerait les armatures en considérant simultanément les valeurs max de toutes les sollicitations, mais cela serait très défavorable car les valeurs max ne se produisent pas forcément pour le même cas.
- D'où l'idée de calculer les enveloppes en mémorisant les efforts concomitants (c'est-à-dire se produisant simultanément).

Par exemple :

- après avoir identifié le cas donnant Fxx maxi, on conserve les 8 efforts de ce cas
- après avoir identifié le cas donnant Fxx mini, on conserve les 8 efforts de ce cas
- même chose pour les autres efforts => au final on mémorise au plus $2 \times 8 = 16$ lignes d'efforts élémentaires.

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> **Exemple**

- On considère le cas simple de 3 cas de charges, et 3 efforts.

Cas	Fxx	Fyy	Fxy
101	30	5	12
102	13	250	25
103	-7	125	40

- 1^{ère} méthode : recherche des valeurs min / max uniquement

Cas	Fxx	Fyy	Fxy
min	-7	5	12
Max	30	250	40

- 2^{ème} méthode : avec conservation des efforts concomitants

Cas	Fxx	Fyy	Fxy
Fxx min	-7	125	40
Fxx max	30	5	12
Fyy min	30	5	12
Fyy max	13	250	25
Fxy min	30	5	12
Fxy max	-7	125	40

(certaines lignes d'efforts peuvent naturellement être identiques)

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> **Notion d'enveloppe « 26 critères »**

- Ne conserver que les **16** lignes correspondant à la valeur min ou max d'un effort élémentaire n'est pas forcément pertinent pour le calcul des armatures, car on ne peut pas exclure que le cas conduisant aux armatures maxi corresponde à une ligne d'efforts pour laquelle aucun effort n'est égal au max (mais plusieurs, par exemple, seraient proches du max)

Exemple

Cas	Fxx	Fyy	Fxy
101	120	5	7
102	5	150	9
103	115	145	8

La ligne 103 pourrait tout à fait conduire aux armatures maxi...

- D'où l'idée de conserver également d'autres lignes d'efforts élémentaires, maximisant l'une des 5 grandeurs suivantes :
 - F_p = effort F principal
 - M_p = moment M principal
 - V_p = effort tranchant V principal
 - σ_{sup} = contrainte principale en face sup
 - σ_{inf} = contrainte principale en face inf
- On recherche les valeurs min et max $\Rightarrow 2 \times 5 = 10$ lignes supplémentaires
 - Soit un total de **26 lignes** (ou critères d'enveloppe)

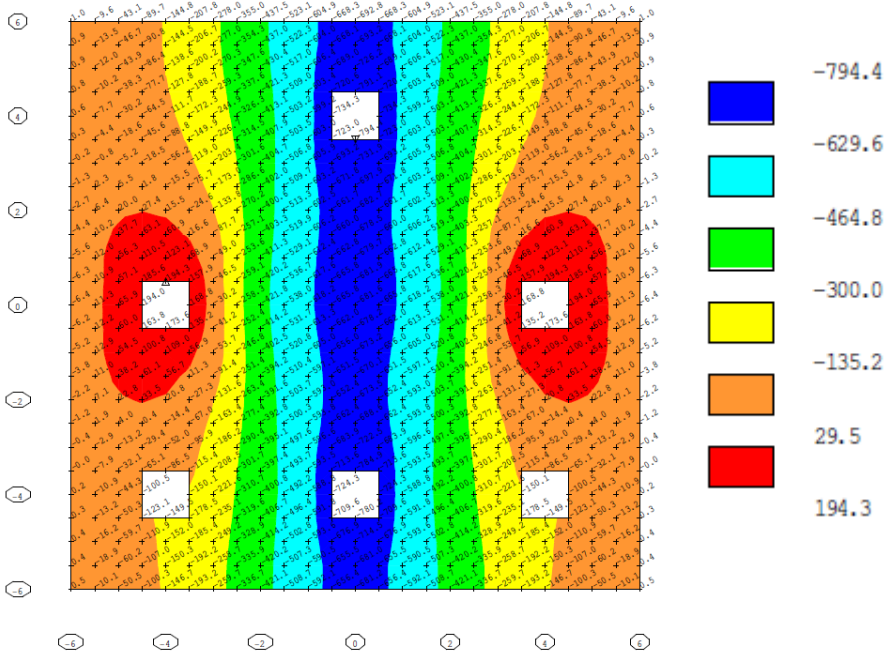
3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.3 Cartographies de sollicitations

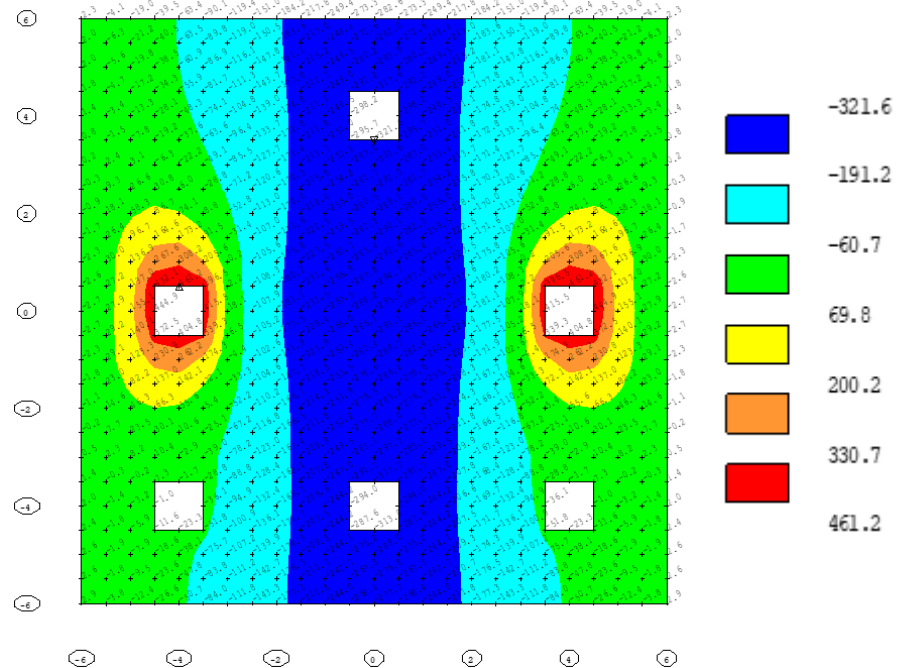
Voici les cartographies de Mxx, Myy et Mxy à l'ELU Fondamental

> **Mxx** Convention ELFI (= éléments finis) : >0 s'il tend la fibre sup

MXX min (kN.m/ml)
ENV 21 - ELU Fond



MXX max (kN.m/ml)
ENV 21 - ELU Fond

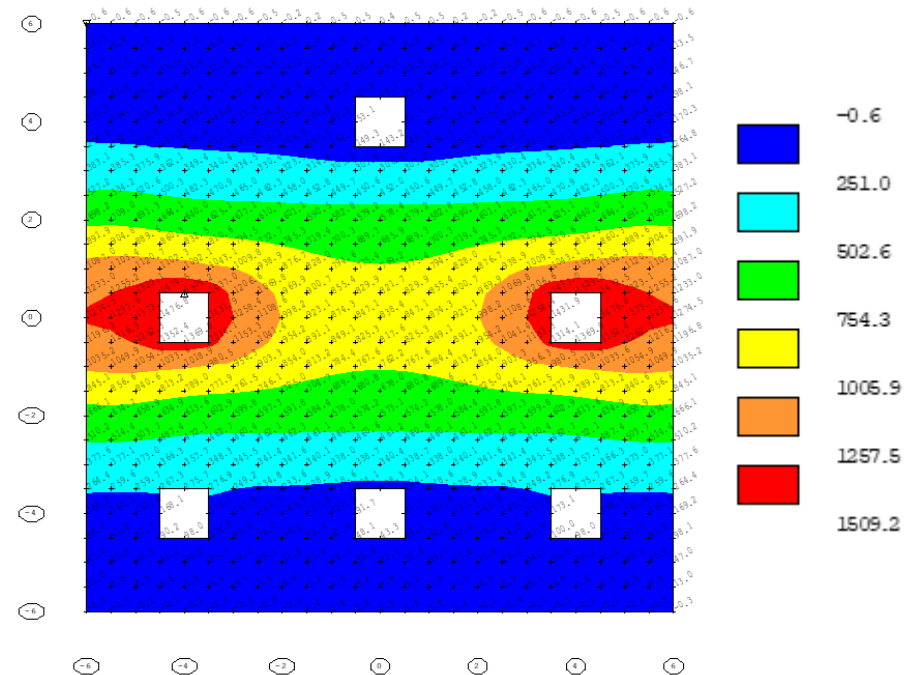
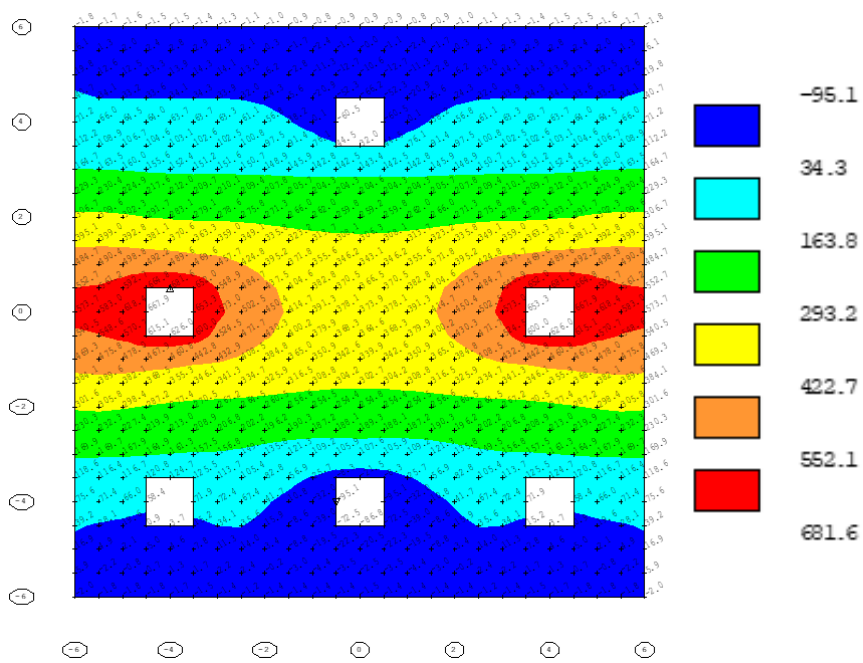


3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> **Myy** Convention ELFI (= éléments finis) : >0 s'il tend la fibre sup

MYY min (kN.m/ml)
ENV 21 - ELU Fond

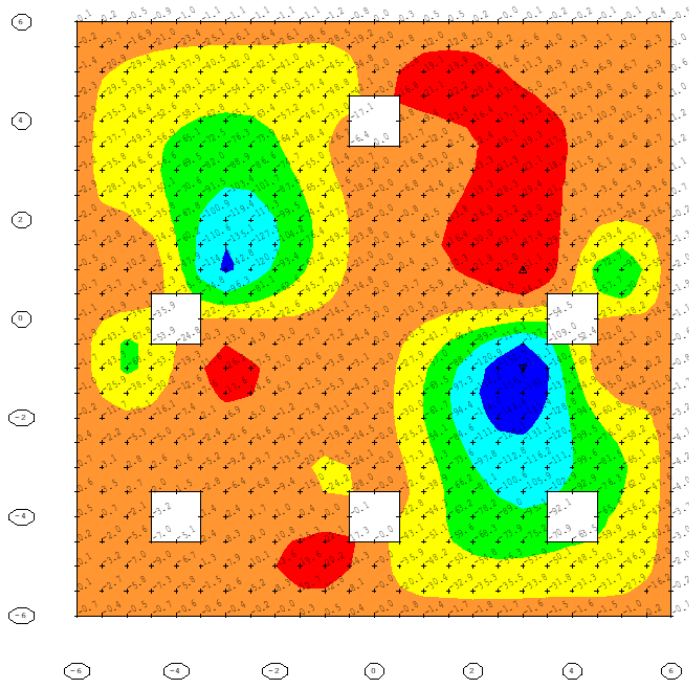
MYY max (kN.m/ml)
ENV 21 - ELU Fond



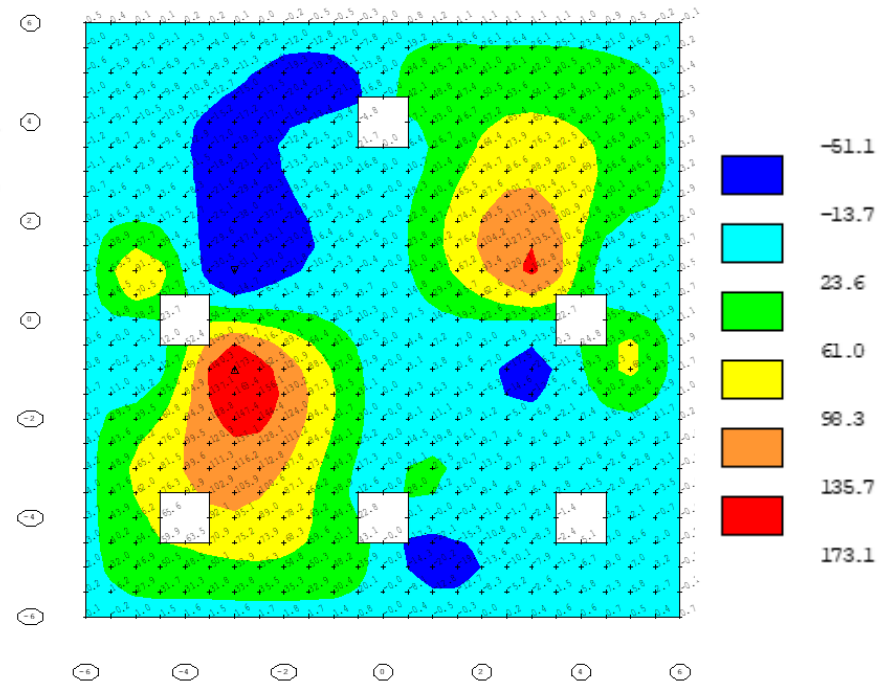
3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> Mxy

MXy min (kN.m/ml)
ENV 21 - ELU Fond



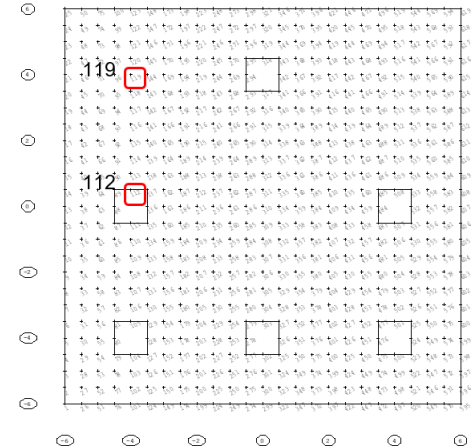
MXy max (kN.m/ml)
ENV 21 - ELU Fond



3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> Exemple de listing de résultats

Voici le listing des sollicitations en 2 nœuds du modèle.



RECAPITULATION

ENVELOPPE 21 COEF 1.000 ELU Fond

=====

EFFORTS AUX NOEUDS

=====

NO	CAS	LIGNE	FXX	FYY	FXY	MXX	MYY	MXY	VXZ	VYZ
E1:112	21	1	0.00	0.00	0.00	211.52	688.14	-3.42	-35.96	-484.66
		2	0.00	0.00	0.00	194.32	681.56	-30.93	-39.69	-484.98
		3	0.00	0.00	0.00	461.16	1509.17	22.89	-76.01	-1041.54
		4	0.00	0.00	0.00	443.96	1502.59	-4.61	-79.74	-1041.86
		5	0.00	0.00	0.00	374.27	1228.16	-35.54	-67.43	-880.88
		6	0.00	0.00	0.00	281.21	962.57	27.51	-48.27	-645.64
		min	0.00	0.00	0.00	194.32	681.56	-35.54	-79.74	-1041.86
		max	0.00	0.00	0.00	461.16	1509.17	27.51	-35.96	-484.66
E1:119	21	1	0.00	0.00	0.00	-48.33	65.81	-24.31	-39.88	-75.45
		2	0.00	0.00	0.00	-111.74	147.22	-46.51	-95.95	-165.88
		3	0.00	0.00	0.00	-96.07	113.62	-58.15	-70.51	-133.62
		4	0.00	0.00	0.00	-61.81	63.69	-34.47	-44.74	-74.45
		5	0.00	0.00	0.00	-64.00	99.41	-12.67	-65.33	-107.71
		6	0.00	0.00	0.00	-98.26	149.34	-36.35	-91.10	-166.89
		min	0.00	0.00	0.00	-111.74	63.69	-58.15	-95.95	-166.89
		max	0.00	0.00	0.00	-48.33	149.34	-12.67	-39.88	-74.45

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.4 Calcul des armatures

> Choix de l'enrobage

- Classe structurale S4 et classe d'exposition XC3

=> $c_{\min, \text{dur}} = 25\text{mm}$

$$c_{\text{nom}} = c_{\text{min}} + \Delta c_{\text{dev}} = \max(\phi; 25\text{mm}) + 10\text{mm}$$

- Enrobage mini des épingles HA 8 = $\max(8; 25) + 10 = 35\text{ mm}$
- Enrobage mini d'un acier HA 32 = $\max(8; 32) + 10 = 42\text{ mm}$, ce qui sera obtenu dès lors que le HA 8 a un enrobage de **35 mm**.

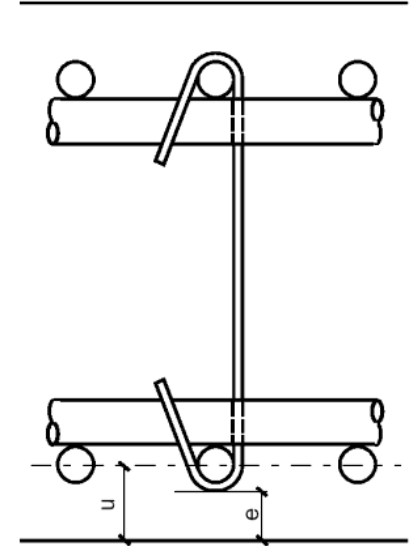
> Armatures minimales

Cf EC2 § 9.2.1.1 :

$$A_{s, \text{min}} = \max\left(0.26 \cdot \frac{f_{\text{ctm}}}{f_{y\text{k}}} \cdot b \cdot d ; 0.0013 \cdot b \cdot d\right)$$

$$A_{s, \text{min}} = \max\left(0.26 \cdot \frac{2.9}{500} \times 0.9 ; 0.0013 \times 0.9\right) = \max(13.6 ; 11.7) = 13.6 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On adopte **HA 20 e=20 cm** soit $15.7 \text{ cm}^2/\text{ml}$



3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> **Remarque 1 - Non fragilité en traction**

- Lorsqu'une pièce est soumise principalement à de la traction, il y a lieu de mettre en œuvre un ratio d'armatures mini plus élevé, qu'on désignait autrefois par « armatures mini de non fragilité en traction » ($A \cong 5$ à 6 ‰ de la section de béton tendu).

Cf EC2 § 7.3.2 : $A_{s,min} \sigma_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct}$ avec $k_c =$ 1.0 en traction pure
0.4 en flexion pure

> **Remarque 2 - Lien entre ratio mini et résistance du béton**

Noter que le ratio d'armatures mini augmente avec la résistance du béton.

Ainsi nous avons été confrontés au cas d'une entreprise qui demandait à utiliser un béton C60 au lieu d'un C30 sur un chantier de bâtiment, de façon à homogénéiser les bétons (car du C60 était prévu pour certaines parties).

Il lui a été répondu qu'elle pouvait certes utiliser un béton plus performant, mais à condition d'adapter (c'est-à-dire augmenter) les armatures minimales !

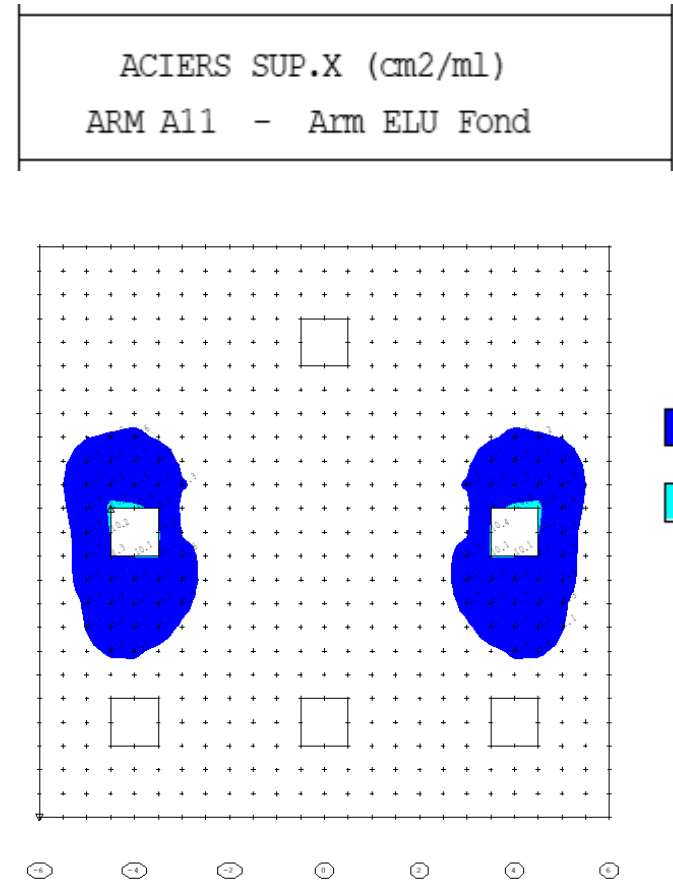
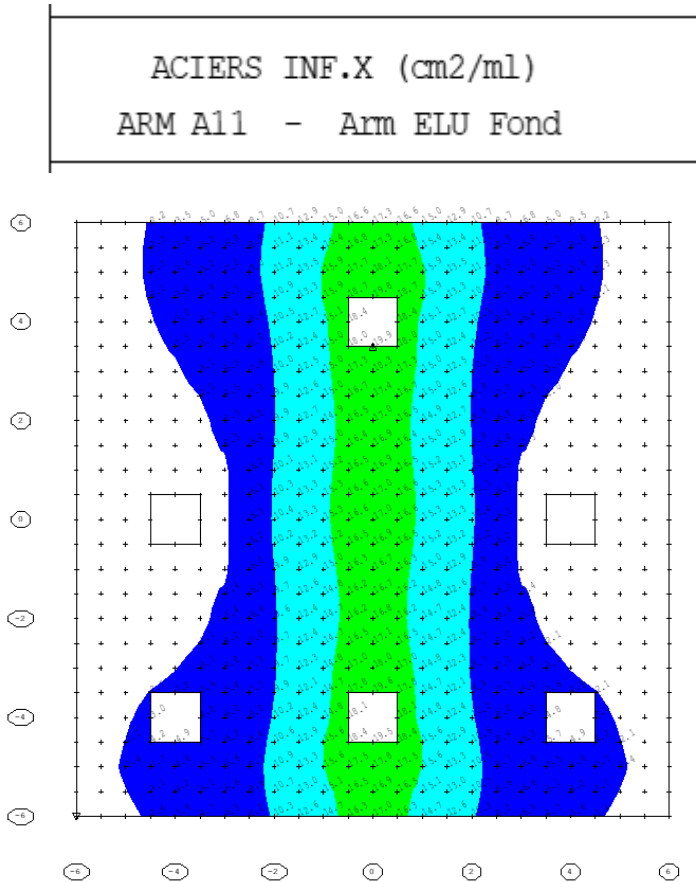
Lorsque les armatures mini sont insuffisantes, il existe un risque de mauvaise répartition de la fissuration : dès qu'une fissure s'ouvre, le béton situé de part et d'autre est tellement résistant qu'aucune autre fissure ne se forme, et la 1ère fissure risque de continuer à s'élargir... ce qui n'est pas acceptable.

L'esprit du ferrailage mini consiste à mettre en œuvre une section d'acier capable de reprendre un effort supérieur à la résistance du béton en traction, pour forcer la formation d'une fissuration répartie.

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.5 ELU Fondamental – Cartographies d’armatures

> Direction X

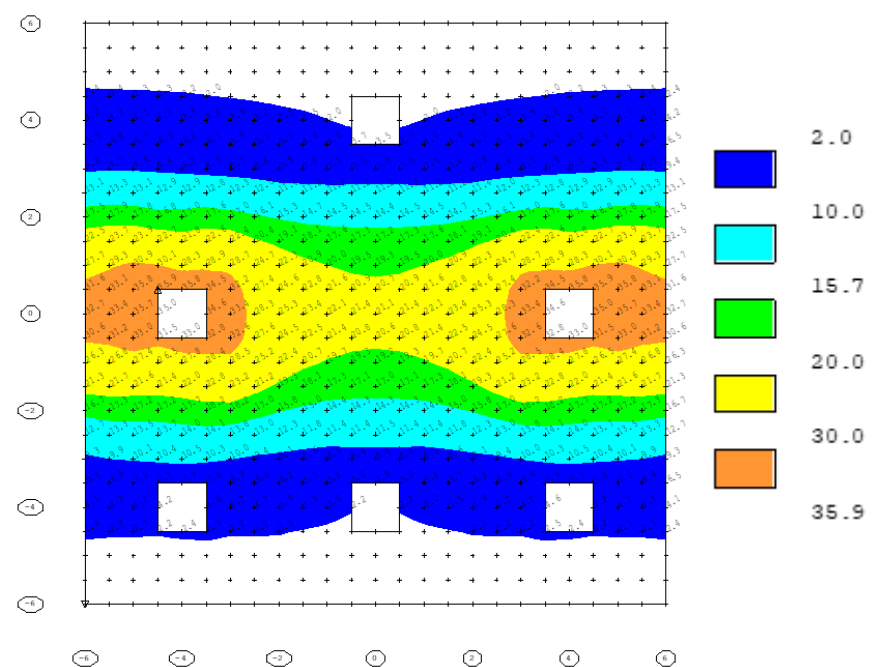
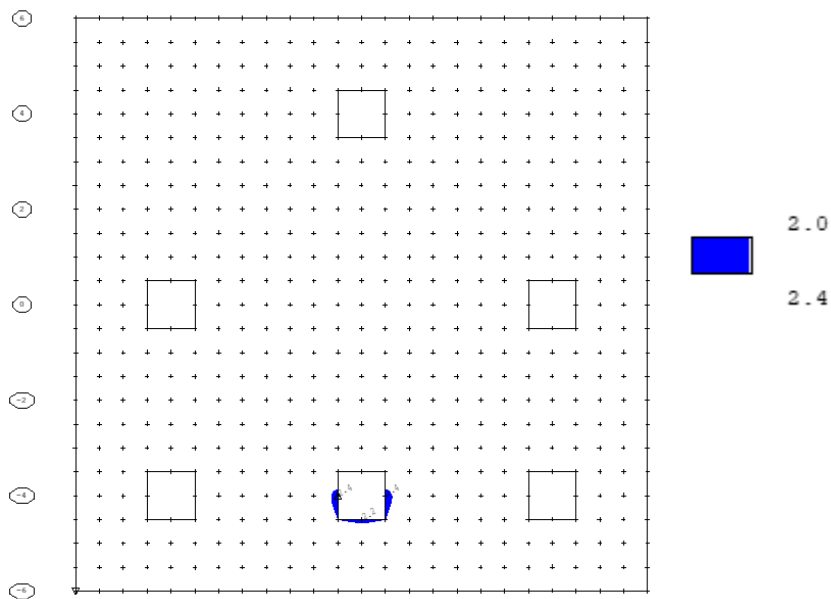


3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> Direction Y

ACIERS INF.Y (cm²/ml)
ARM A11 - Arm ELU Fond

ACIERS SUP.Y (cm²/ml)
ARM A11 - Arm ELU Fond

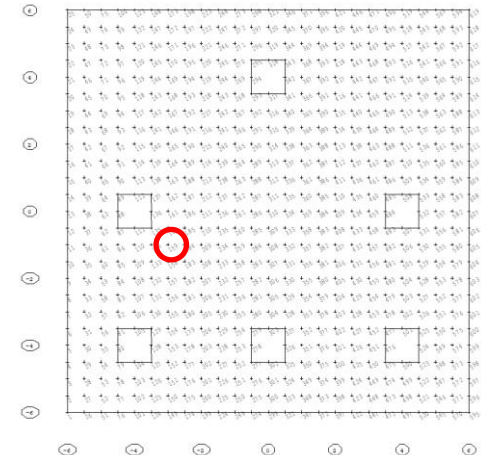


3. TRAVAIL DANS ARMATEC

- > Vérification de l'ordre de grandeur des sections d'acier
- Prenons le cas du nœud 159 (moment de torsion Mxy important...)

- Armatures calculées par ARMATEC

Armatures sup : SX = 4 cm²/ml SY = 28.5 cm²/ml



RECAPITULATION

1. TYPES D'ACIERS PASSIFS (616)

fe = 500.0 MPa
E = 200000.0 MPa
Diam. d'encombrement = 1.200 x diam. nominal

TY	NOEUD	NAPPE	SENS X						SENS Y					
			TOTAL		LIT EXTERIEUR			TOTAL		LIT EXTERIEUR			Phi lim (mm)	
			Sec.X (cm2/ml)	D-face (m)	Phi.X (mm)	Esp (m)	Couv (m)	Sec.Y (cm2/ml)	D-face (m)	Phi.Y (mm)	Esp (m)	Couv (m)		
1		SUP	1.0	0.048	5.	0.200	0.045	1.0	0.054	5.	0.200	0.051	32.	
		INF	1.0	0.048	5.	0.200	0.045	1.0	0.054	5.	0.200	0.051	32.	
-159	E1:159	SUP	4.0	0.051	10.	0.200	0.045	28.5	0.073	27.	0.200	0.057	32.	
		INF	1.6	0.049	6.	0.200	0.045	1.0	0.056	5.	0.200	0.053	32.	

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

○ Enveloppe des sollicitations ELU Fundamental

=====										
EFFORTS AUX NOEUDS										
=====										
NO	CAS	LIGNE	FXX	FYY	FXY	MXX	MYY	MXY	VXZ	VYZ
E1:159	21	1	0.00	0.00	0.00	-12.10	433.49	64.52	-211.15	203.90
		2	0.00	0.00	0.00	-53.65	769.23	101.91	-368.28	349.91
		3	0.00	0.00	0.00	-46.46	432.93	26.16	-234.25	207.99
		4	0.00	0.00	0.00	-4.43	619.98	97.32	-304.54	296.39
		5	0.00	0.00	0.00	-11.62	956.28	173.07	-438.57	438.31
		6	0.00	0.00	0.00	-45.98	955.72	134.71	-461.67	442.39
		min	0.00	0.00	0.00	-53.65	432.93	26.16	-461.67	203.90
		max	0.00	0.00	0.00	-4.43	956.28	173.07	-211.15	442.39

○ Application de la méthode de Wood

Ligne	Mxx	Myy	Mxy	Mxx + Mxy	Myy + Mxy
	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)	(kN.m)
1	-12.1	433.49	64.52	52.42	498.01
2	-53.65	769.23	101.91	48.26	871.14
3	-46.46	432.93	26.16	-20.3	459.09
4	-4.43	619.98	97.32	92.89	717.3
5	-11.62	956.28	173.07	161.45	1129.35
6	-45.98	955.72	134.71	88.73	1090.43
min	-53.65	432.93	26.16	-20.3	459.09
max	-4.43	956.28	173.07	161.45	1129.35
Armatures					
- Pos CDG				0.051	0.073
- A (cm ² /ml)				3.9	29.0

- Armatures ci-contre calculées avec une feuille excel
- Résultats très proches de 4.0 et 28.5 cm²/ml

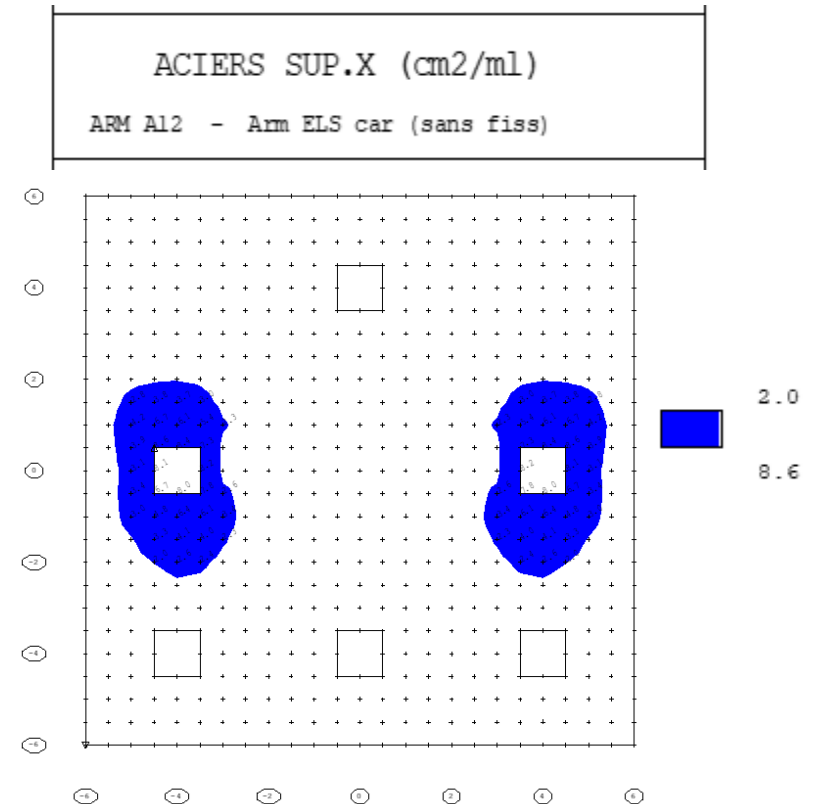
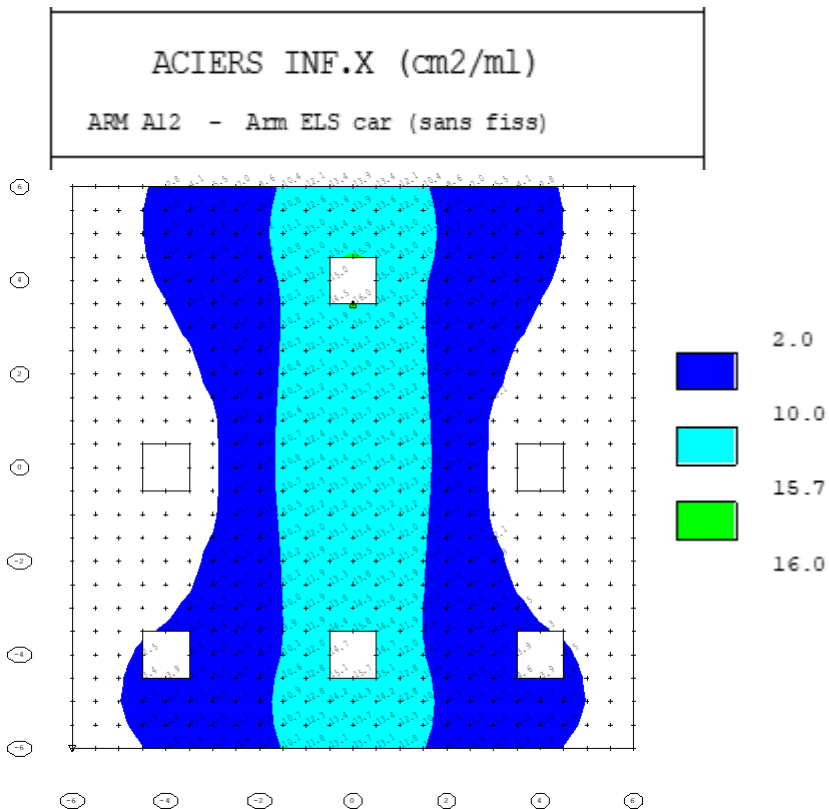
3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.6 ELS caractéristique - Limitation des contraintes

Les contraintes sont limitées à : $0.6 f_{ck} = 18 \text{ MPa}$ dans le béton
 $0.8 f_{yk} = 400 \text{ MPa}$ dans les armatures

On vérifie que ce cas n'est pas déterminant

> Direction X

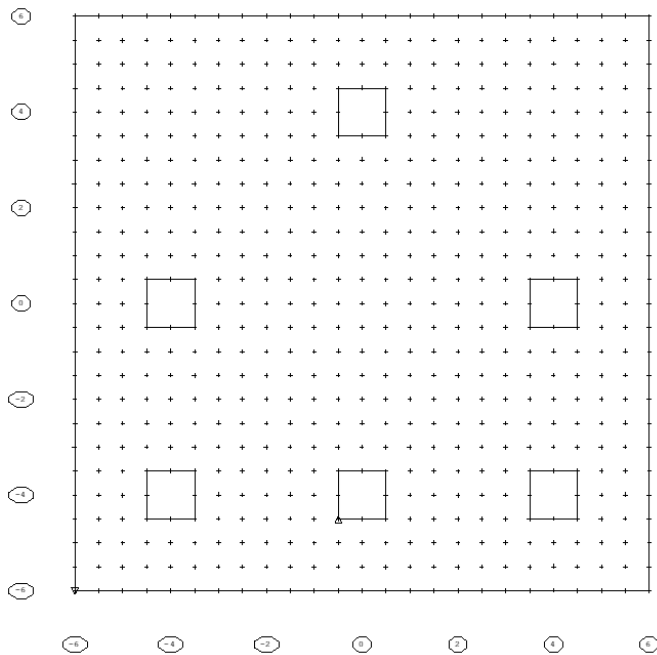


3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> Direction Y

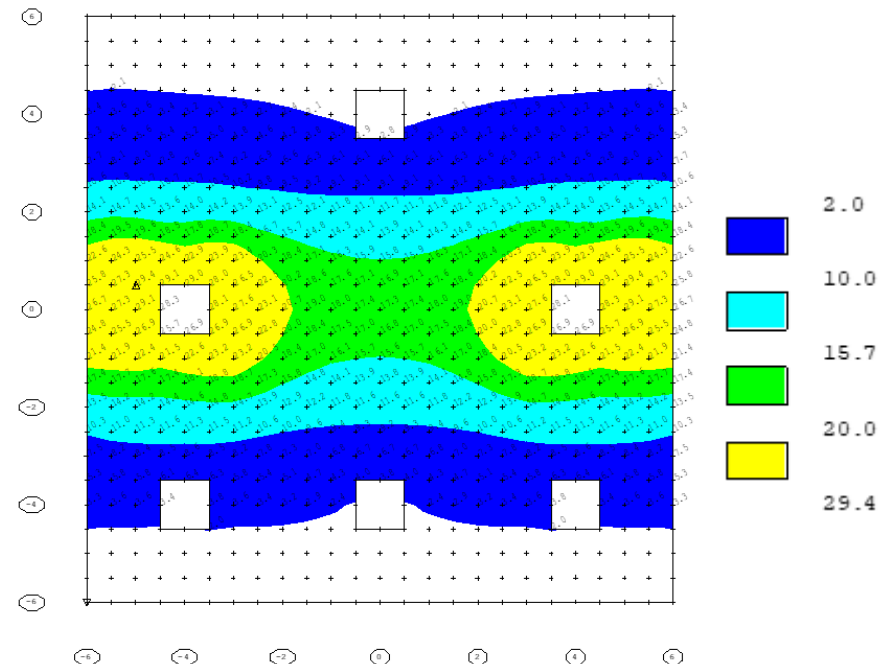
ACIERS INF.Y (cm²/ml)

ARM A12 - Arm ELS car (sans fiss)



ACIERS SUP.Y (cm²/ml)

ARM A12 - Arm ELS car (sans fiss)

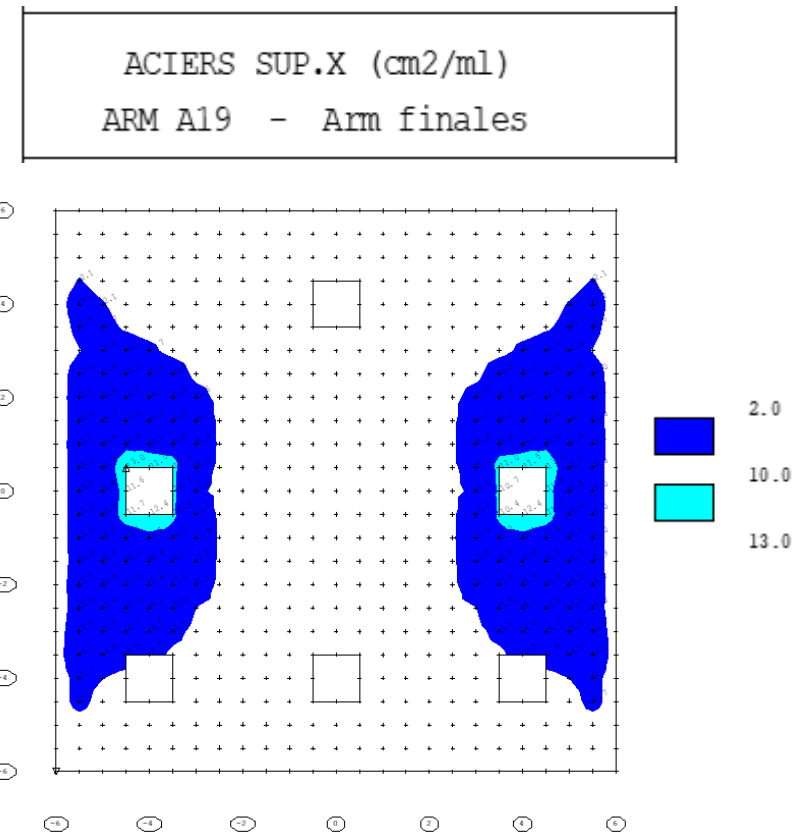
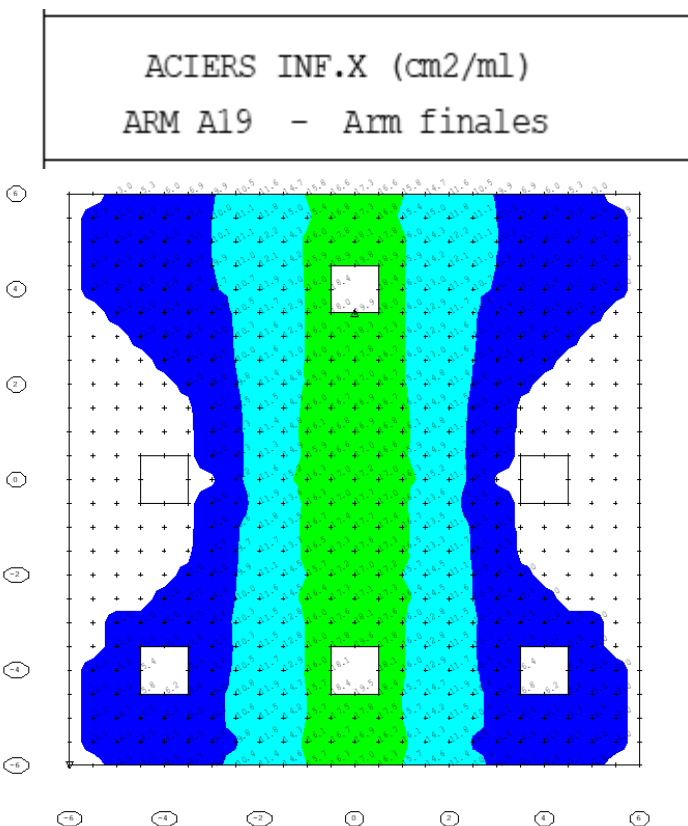


3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.7 ELS quasi-permanent - Limitation des largeurs de fissures

- La largeur de fissure est limitée à 0.3mm : on constate que ce cas est déterminant.
- Nous présentons ci-dessous l'enveloppe finale des cartographies d'armatures. Les sections inférieures au ferrailage mini (15.7 cm²/ml) apparaissent en bleu.

> Direction X

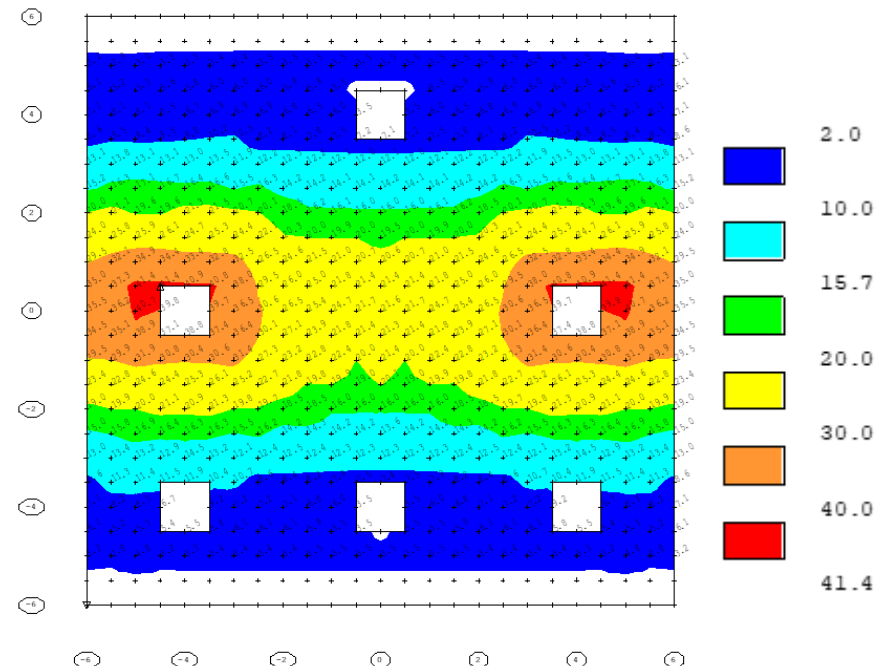
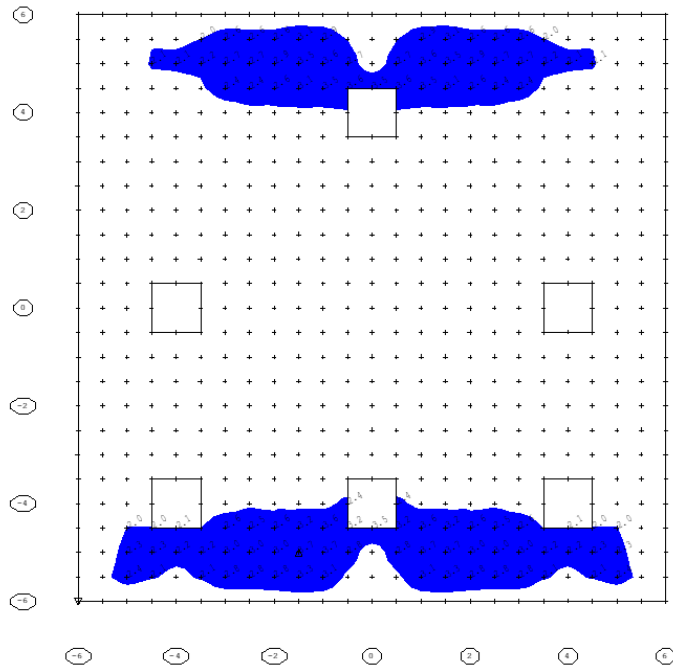


3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> Direction Y

ACIERS INF.Y (cm²/ml)
ARM A19 - Arm finales

ACIERS SUP.Y (cm²/ml)
ARM A19 - Arm finales



3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.8 Choix du ferrailage pratique

> Décalage de la courbe des moments

- Armatec ne décale pas automatiquement la courbe des moments => à faire manuellement.

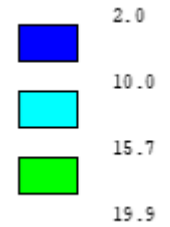
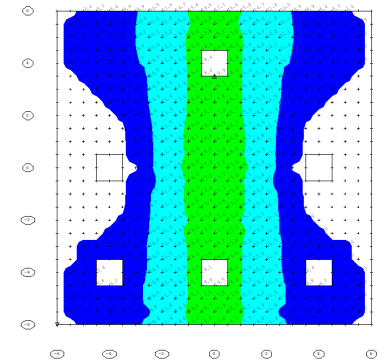
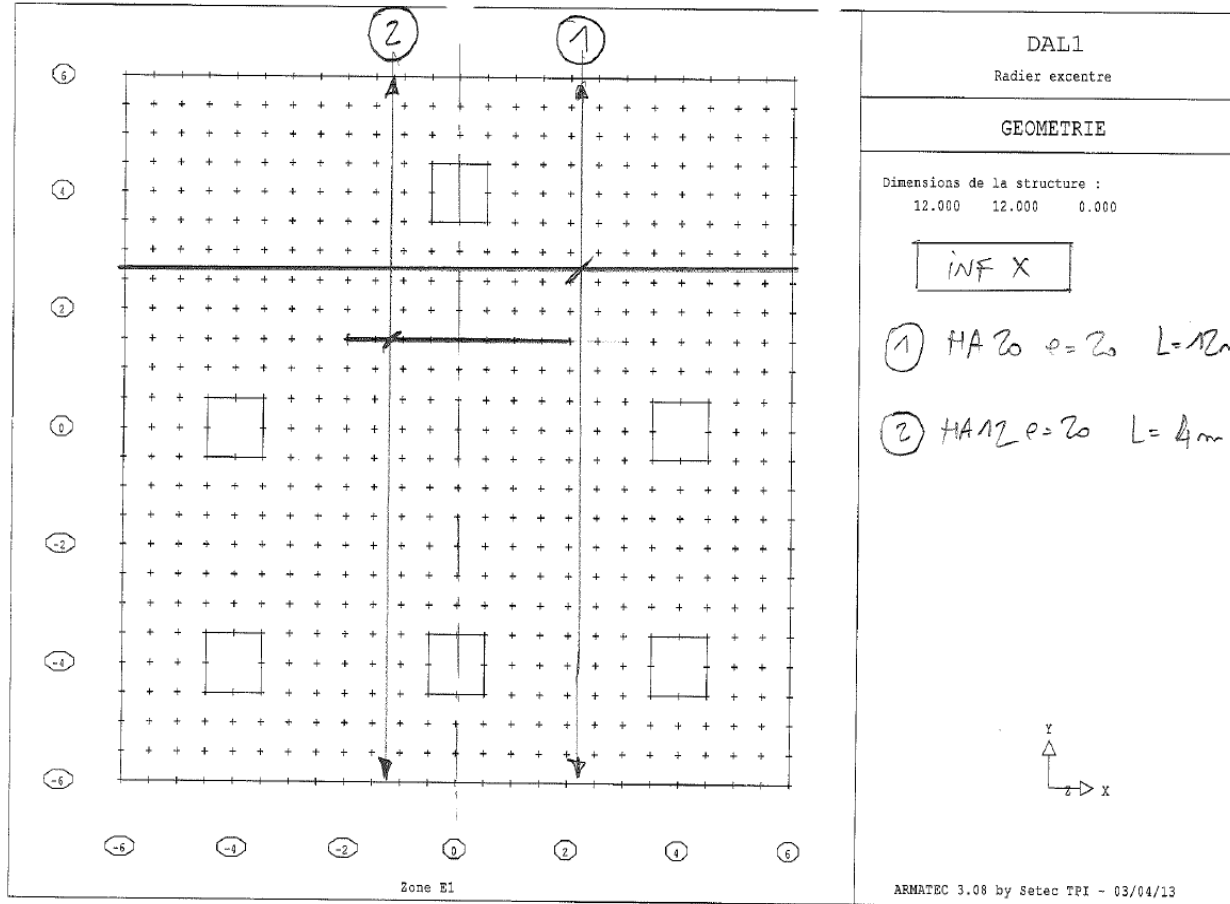
$$\Delta L = 0.5 \cdot z \cdot \cot g \theta \leq 0.5 \cdot z \times 2.5 = 1.25 \cdot z \cong 1.12 \cdot d \cong h$$

- On doit donc décaler les sections d'acier de l'ordre de 1m (ce qui correspond à 2 maille de notre maillage) dans la direction la plus défavorable, selon X pour les armatures X, et selon Y pour les armatures Y.

3. TRAVAIL DANS ARMATEC

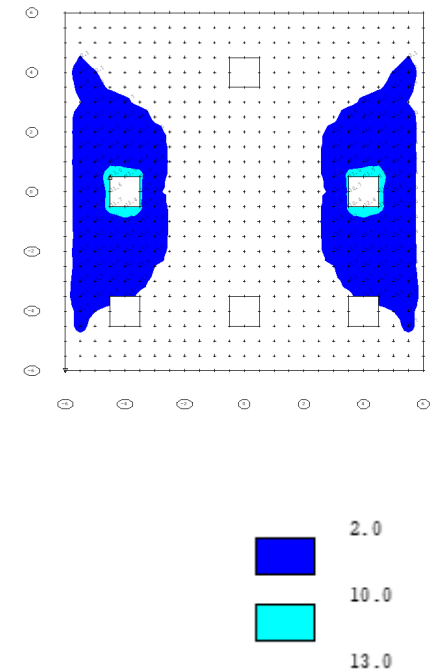
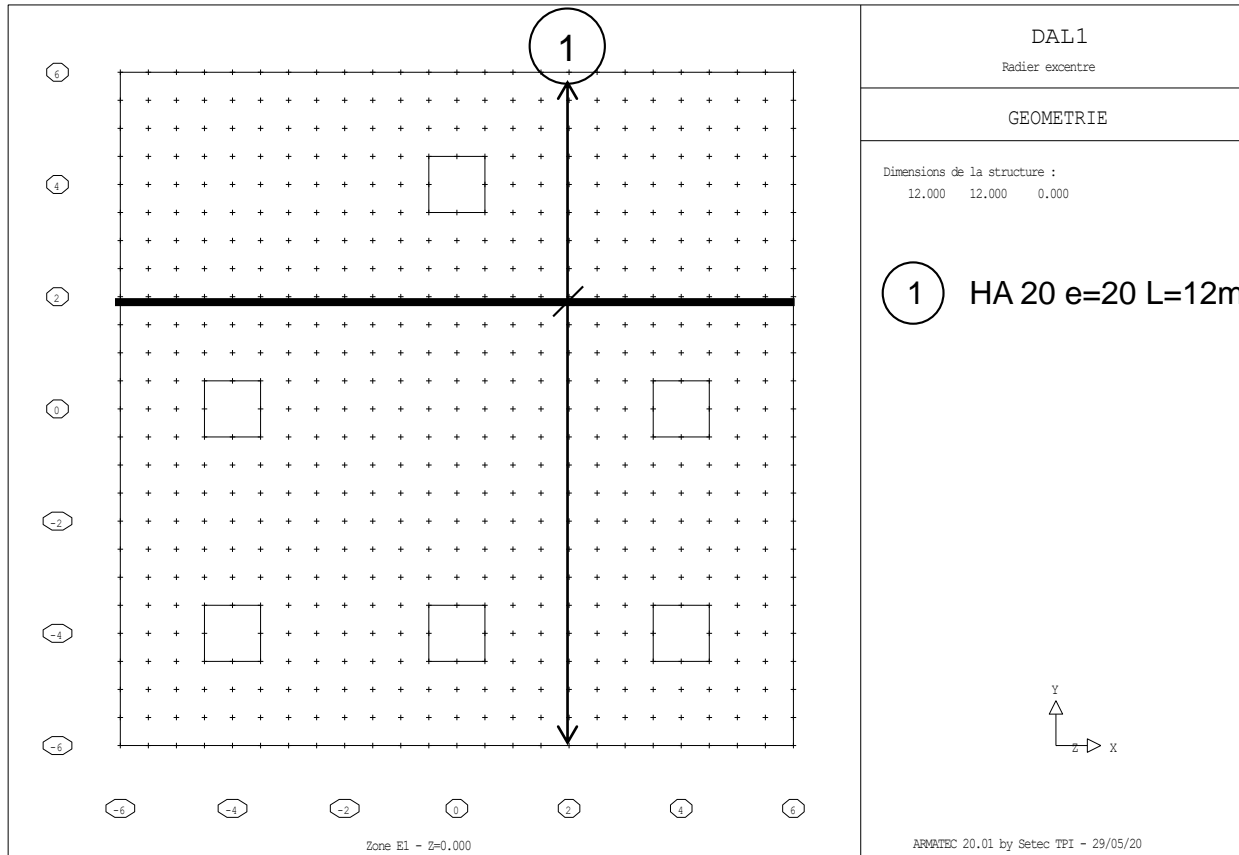
> Cartographies de ferrailage pratique – INF X

- Avec un renfort HA 12 e=20 en partie centrale :
 $15.7 \text{ cm}^2 / \text{ml} + (1.13 \text{ cm}^2 / 0.20\text{m}) = 21.3 \text{ cm}^2 / \text{ml}$.



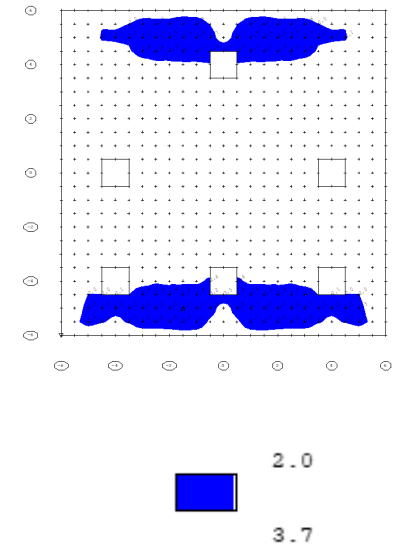
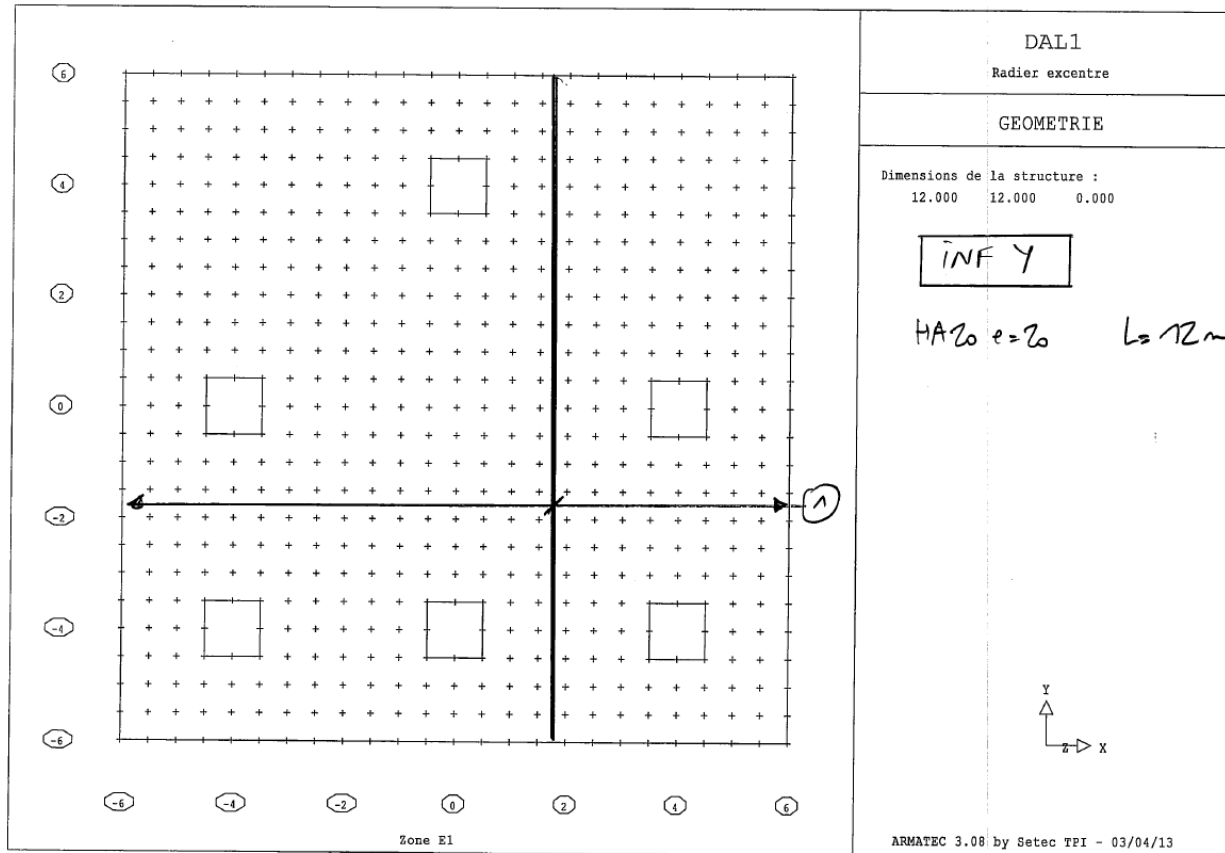
3. TRAVAIL DANS ARMATEC

- > Cartographies de ferrailage pratique – SUP X
- Le ferrailage mini convient : **15.7 cm²/ml**



3. TRAVAIL DANS ARMATEC

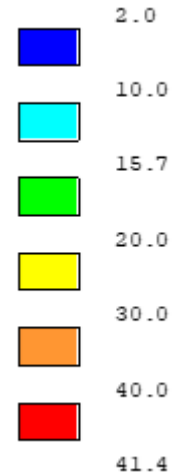
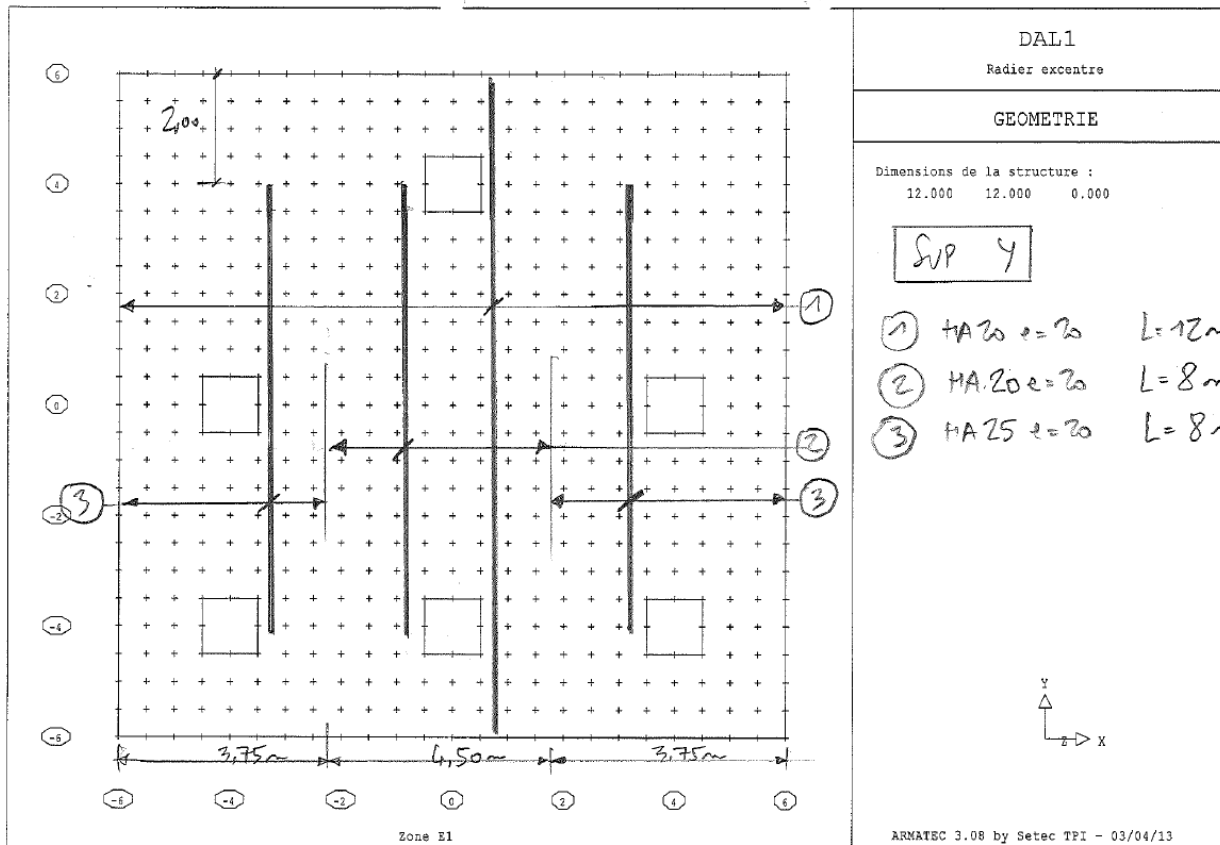
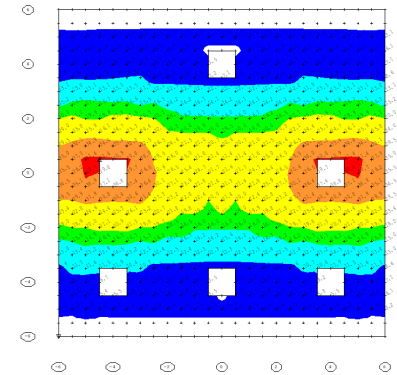
- > Cartographies de ferrailage pratique – INF Y
- Le ferrailage mini convient : 15.7 cm²/ml



3. TRAVAIL DANS ARMATEC

> Cartographies de ferrailage pratique – SUP Y

- Avec un renfort HA 20 e=20 : $15.7+15.7 = 31.4 \text{ cm}^2/\text{ml}$
- Avec un renfort HA 25 e=20 : $15.7 + 4.91/0.20 = 40.2 \text{ cm}^2/\text{ml}$
- Il est tout à fait légitime de moyenner les sections sur 3 nœuds : $(37.3 + 41.4 + 41.4) / 3 = 40.0 \text{ cm}^2/\text{ml} \Rightarrow \text{OK}$



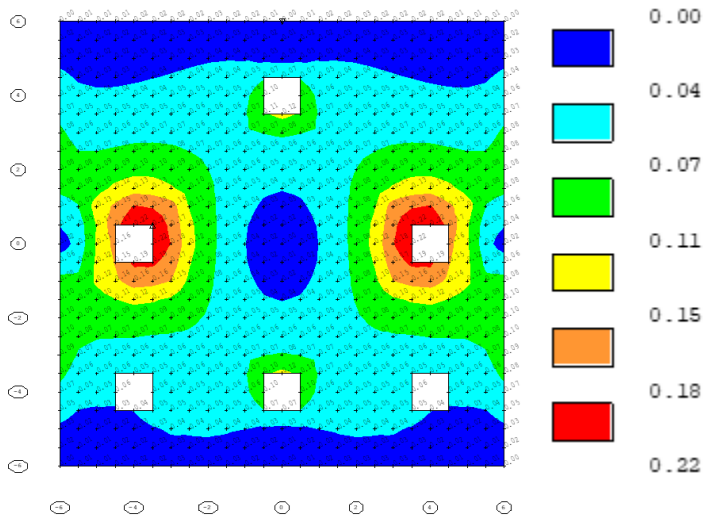
3. TRAVAIL DANS ARMATEC

3.9 Vérification à l'effort tranchant

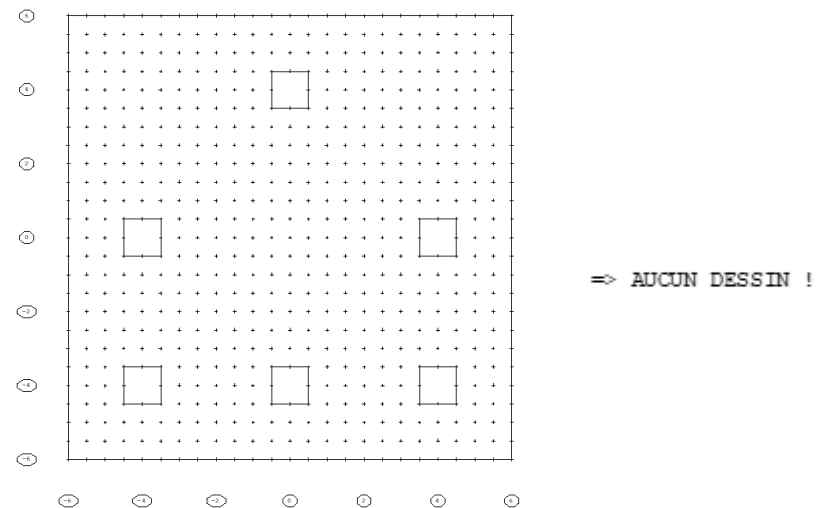
S'agissant d'une dalle, on vérifie qu'aucune armature n'est théoriquement nécessaire.

- la 1ère cartographie ci-dessous correspond au ratio : $V_{Ed} / V_{Rd\ max}$: ce coefficient doit rester inférieur à 1
- la 2ème cartographie correspond aux sections d'armatures transversales nécessaires ; **si $V_{Ed} < V_{Rd}$, aucune armature n'est nécessaire**

COEF. CISAILL. MAXI
TRA T22 - Verif effort tranchant



At/st (cm2/m2)
TRA T22 - Verif effort tranchant



Merci pour votre attention