POUR ALLER PLUS LOIN (2)

Manier le langage algébrique et analytique

I. Lire les symboles mathématiques

Symbole	Lecture	Commentaires
$a \Rightarrow b$	*a implique b* *Entraîne* *Donc*	Condition **nécessaire**
$A \Leftrightarrow B$	*A est équivalent à B* *Si et seulement si*	Condition **nécessaire** et **suffisante**
$\forall x$	*Quel que soit x* *Pour tout x* *x quelconque*	$\forall$ est le **quantificateur universel**
$\exists x$	*Il existe au moins un x* *On peut trouver un x* *Il y a au moins un x* *On peut choisir x*	$\exists$ est le **quantificateur existentiel**
$\exists! x$	*Il existe un x et un seul* *Il existe un x unique*	
$a \in E$	*a appartient à E*	**appartenance**
$a \notin E$	*a n'appartient pas à E*	**non appartenance**
$A \subset E$	*A est inclus dans E*	**inclusion**
$a > 0$	*a est strictement positif*	
$a < 0$	*a est strictement négatif*	

Symbole	Lecture	Exemples
(…)	▪ entre parenthèses ▪ ouvrez la parenthèse, fermez la parenthèse	b = (y - 3) ((x + 2) + z)
[…]	entre crochets	▪ Même rôle que les parenthèses dans une expression mathématiques a = 3y [z + (x + 2) (y - 3)] ▪ Pour spécifier un intervalle [a ; b[: intervalle fermé en a et ouvert en b
{…}	entre accolades	Pour définir un ensemble E = {a ; b ; d ; k}
/ ou , ou :	« tel que »	$\{x \in \mathbb{N} \mid \exists y \in \mathbb{N}\ (y \geq 1 \text{ et } x = y^2)\}$
Ø	ensemble vide	NB : Il ne contient aucun <u>élément</u>.
+∞ **-∞**	plus l'infini moins l'infini	NB : L'article est <u>obligatoire</u>.

POUR ALLER PLUS LOIN (2)

Comparaison

On compare x **et** y x **à** y x **avec** y

1. Les symboles mathématiques de comparaison

Symbole	Lecture	Commentaires
$=$	a *est égal à* b a *égale* b a *et* b *sont égaux*	a = b représente une **égalité** en informatique, = est un symbole d'affectation
$\equiv$	a *est équivalent à* b	
$\approx$	a *est sensiblement égal à* b *est approximativement égal à*	souvent utilisé en sciences mais peu en mathématiques
$\neq$	a *est différent de* b a *et* b *ne sont pas égaux*	a et b **sont différents**
$>$	a *est strictement plus grand que* b a *est supérieur à* b *est strictement supérieur à* *est supérieur à … au sens strict*	a > b représente une **inégalité**
$<$	a *est strictement plus petit que* b a *est inférieur à* b *est strictement inférieur à* *est inférieur à … au sens strict*	
$\geqslant$	a *est supérieur ou égal à* b a *est supérieur à* b *au sens large*	
$\leqslant$	a *est inférieur ou égal à* b a *est inférieur à* b *au sens large*	
$\gg$	a *est très grand devant* b *très grand par rapport à*	
$\ll$	a *est très petit devant* b *très petit par rapport à*	
$< \ldots <$	x *strictement est compris entre* a *et* b x *appartient strictement à l'intervalle a, b*	

POUR ALLER PLUS LOIN (2)

II. Lire les opérations et le calcul

Opérations sur les nombres

Symbole	Opération	Lecture
+	Addition	a + b : a plus b
Σ	Somme	$\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ la somme de n égal 0 à plus l'infini de u indice n
x ou .	Multiplication	a x b : a fois b ou a multiplié par b ou a facteur de b ou a par b
Π	Produit	$\prod_{i=1}^{N} u_i = u_1 \times u_2 \times \cdots \times u_N$ le produit de i allant de un à grand n de u indice i égale u un fois u deux fois… u n
÷ ou / ou –	Division	a ÷ b : a divisé par b $\frac{a}{b}$: a sur b
|…|	Valeur absolue	|a| : valeur absolue de a Désigne aussi le déterminant de vecteurs ou d'un système d'équations linéaires
$\wedge$	PGCD (plus grand commun diviseur)	$a \wedge b$: PGCD de a et de b
$\vee$	PPCM (plus petit commun diviseur)	$a \vee b$: PPCM de a et de b
n !	Factorielle	factorielle n (= n x (n-1) x (n-2)… x 2 x 1)

Calcul littéral

	Peut se lire
$x^2+3x \Longrightarrow x+3$	on simplifie par x
$3x+3 \Longrightarrow x+1$	on simplifie par trois
$3(x+1) \Longrightarrow 3x+3$	on développe
$x^2+2x+1 \Longrightarrow (x+1)^2$	on factorise.
$3x+3 \Longrightarrow 3(x+1)$	on factorise par 3 on met 3 en facteur
$x+y+z$	une somme à 3 termes
$x^{*}\ y^{*}z$	un produit de 3 facteurs

Source : CARRAS Catherine et al., *Réussir ses études d'ingénieur en français*, PUG, Grenoble, 2014

III. Lire l'analyse et l'algèbre linéaire

Fonctions

Définition:
On appelle **fonction numérique** f tout procédé qui, à un nombre x, associe un unique nombre y appelé **image** de x par f, et noté $y = f(x)$. On dit également que x est un **antécédent** de y par la fonction f. L'ensemble, noté D_f, des valeurs du nombre x pour lesquelles existent une image y par la fonction f est appelé **ensemble de définition** de la fonction f.

Définition:
La **courbe représentative** de la fonction f dans un repère du plan est l'ensemble des points du plan de coordonnées (x ; $f(x)$) où $x \in D_f$. Ainsi, "le point $M(x;y)$ appartient à la courbe représentative de f" est une proposition équivalente à "$x \in D_f$ et $y = f(x)$".
On dit alors que "$y = f(x)$" est une **équation de cette courbe** dans le repère du plan.

Source : http://mathonautes.free.fr [la page n'existe plus]

Polynômes

Une fonction P définie sur $\mathbb{R}$ est appelée **fonction polynôme** lorsqu'il existe un entier naturel n et des nombres réels $a_n, a_{n-1}, \ldots\ldots, a_1, a_0$ tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on ait:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 x + a_0$$

Toute fonction polynôme s'écrit **de manière unique** sous cette forme (appelée forme réduite du polynôme); le nombre n s'appelle **degré** du polynôme, les réels $a_n, a_{n-1}, \ldots\ldots, a_1, a_0$ sont ses **coefficients** (le coefficient a_n est appelé **coefficient dominant** de P). Le terme (ou **monôme**) $a_i x^i$ (pour $0 \leq i \leq n$) est appelé **terme de degré i** du polynôme

On appelle **racine du polynôme P** tout nombre réel α tel que $P(\alpha) = 0$.

POUR ALLER PLUS LOIN (2)

Principales notations et propriétés des fonctions numériques :

Notation	*Lecture*	*Signification*
$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{df}{dx}(x) = f'(x)$	*d sur d x de f de x égale d f sur d x de x égale f prime de x*	la **dérivée première** de la fonction f ou **dérivée** de f
$\frac{d}{dx} f(x_0) = f'(x_0)$	*d sur d x de f au point x zéro égale f prime de x zéro*	la **dérivée de** f **en** x_0
$\frac{d^2}{dx^2} f(x) = f''(x)$	*d deux sur d x deux de f de x égale f seconde de x*	la **dérivée seconde** de f
$\frac{d^3}{dx^3} f(x)$	*d trois sur d x trois de f de x*	la **dérivée troisième** de f
$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y)$	*d rond sur d rond x de f de x y*	la **dérivée partielle** de f par rapport à x
$\frac{\partial^2}{\partial x\, \partial y} f(x, y)$	*d rond deux sur d rond x d rond y de f de x y*	la dérivée seconde de f par rapport à x et y
$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy$	*d u égale d rond u sur d rond x d x plus d rond u sur d rond y d y*	la **différentielle totale** de U
$f(x) = f(-x)$	*f de x égale f de moins x*	f est **paire**
$f(-x) = -f(x)$	*f de moins x égale moins f de x*	f est **impaire**
$f'(x) > 0$	*f prime de x est strictement positive ou f prime de x est supérieur à 0*	f est **strictement croissante**
$f'(x) < 0$	*f prime de x est inférieure à zéro ou f prime de x est strictement négative*	f est **strictement décroissante**
$f''(x_0) = 0$	*f seconde de x zéro égale zéro*	x_0 est un **point d'inflexion**
$f(x_0) = 0$	*f de x zéro égale zéro*	x_0 est un **zéro** de la fonction f
$\int_a^b f(x)\, dx$	*intégrale de a à b de f de x d x ou somme de a à b de f de x d x*	l'**intégrale** de la fonction f entre les bornes a et b
$\int f(x)\, dx = F(x) + C$	*intégrale de f de x d x égale grand f de x plus c*	$\int f(x)\, dx$ est une **primitive** de f

Source : *Le français pour les sciences Niveau intermédiaire ou avancé*, PUG, Grenoble, 2004

Fonctions trigonométriques

sin (x) sinus (de) x
cos (x) cosinus x
tan (x) tangente x
cotan (x) cotangente x

cosec (x) = 1/sin (x) cosécante x
sec (x) = 1/cos (x) sécante x

Fonctions trigonométriques **réciproques** :
arcsin (x) arc sinus x
arccos (x) arc cosinus x
arctan (x) arc tangente x

Fonctions trigonométriques **hyperboliques** :

sinh (x) sinus hyperbolique x
cosh (x) cosinus hyperbolique x
tanh (x) tangente hyperbolique x

Fonctions trigonométriques **hyperboliques réciproques** :

argsinh (x) argument sinus hyperbolique x
argcosh (x) argument cosinus hyperbolique x
argtanh (x) argument tangente hyperbolique x

POUR ALLER PLUS LOIN (2)

Remarques

ln (x) : logarithme népérien de x
log (x) : logarithme décimal de x

$\iint_D f(x,y)dxdy$: intégrale **double**

$\iiint_D f(x,y,z)dxdydz$: intégrale **triple**

Limites et asymptotes

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$	se lit : **limite** de f de x quand x tend vers moins l'infini égale grand l ou : f de x **tend vers** grand l quand x tend vers moins l'infini.
$\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = +\infty$	se lit : f admet plus l'infini comme **limite à droite** en a ou : f de x tend vers plus l'infini quand x tend vers a **par valeur supérieure**.

Définition: asymptote verticale
Lorsque $\lim\limits_{\substack{x\to a\\x>a}} f(x) = \pm\infty$ (ou $\lim\limits_{\substack{x\to a\\x<a}} f(x) = \pm\infty$) on dit que la droite d'équation $(x = a)$ est asymptote à la courbe représentative de f.

Suites

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est la suite (u_n) .

u_n est le n-ième terme de la suite (u_n) .

On s'intéresse à la limite de la suite (u_n) : $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

Si $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ existe et est finie, on dit que la suite (u_n) **converge** ou qu'elle **est convergente.**

Si une suite ne converge pas, on dit qu'elle **diverge** ou qu'elle est **divergente.**

Si, pour tout n, $u_{n+1} \geqslant u_n$, alors la suite est **croissante**.

Si, pour tout n, $u_{n+1} \leqslant u_n$, alors la suite est **décroissante**.

Si, à partir d'un certain n_0, $u_{n+1} \leqslant u_n$, alors la suite est décroissante **à partir de** n_0 ou **à partir du rang** n_0 .

Si, $u_n = u_{n+1}$, la suite est **stationnaire**.

Si $u_n \leqslant v_n$ pour tout n, on dit que la suite (v_n) **majore** ou **domine** la suite (u_n). On peut aussi dire que la suite (u_n) **minore** la suite (v_n) ou bien que la suite (v_n) **est minorée par** la suite (u_n). De même, on peut dire que la suite (u_n) **est majorée par** la suite (v_n).

Une suite qui est à la fois minorée et majorée est **bornée**.

Si la suite (u_n) est strictement décroissante (ou croissante), on dit qu'elle est monotone.

S'il existe T tel que pour tout n, $u_{n+T} = u_n$, alors la suite est **périodique** ou **T-périodique**.

Une suite définie par $u_{n+1} = u_n + q$ est une **suite arithmétique** de **raison q**.

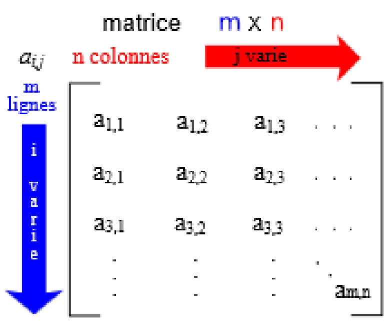
Une suite définie par $u_{n+1} = q \times u_n$ est une **suite géométrique** de **raison q**.

2 suites (u_n) et (v_n) sont **adjacentes** si (u_n) est croissante et (v_n) est décroissante et $\lim\limits_{n\to\infty} (v_n - u_n) = 0$

POUR ALLER PLUS LOIN (2)

Matrices

Une matrice à *m* lignes et *n* colonnes est un tableau rectangulaire de *mn* nombres, rangés ligne par ligne. Il y a *m* lignes, et dans chaque ligne *n* nombres.



On appelle déterminant d'une matrice $\mathbf{A}$ carrée, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n*n}$, le nombre noté $\det(\mathbf{A})$ ou $|\mathbf{A}|$ et égal à :

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} a_{i1} \det(\mathbf{A}_i)$$

où $\mathbf{A}_i$ est la matrice obtenue en rayant la 1ère colonne et la i-ième ligne.