

Mécanique Physique des Matériaux

Classification et choix des matériaux



École des Ponts

Daniel Weisz-Patrault

Séance 1 Classification et choix des matériaux

Séance 2 Méthode générale de modélisation en mécanique

Séance 3 Exemple : mécanique de milieux continus classique

Séance 4 Écriture générale des relations constitutives

Séance 5 Comportement des polymères et des élastomères

Séance 6 Étude de cas

Séance 7 Origine physique de la plasticité

Séance 8 Élastoplasticité HPP

Séance 9 Élastoplasticité en grandes transformations

Séance 10 Étude de cas

Séance 11 Microstructures et transitions de phase

Séance 12 Contraintes résiduelles

Séance 13 Examen

Plan de la séance

- 1| Classification des matériaux
- 2| Comportements typiques
- 3| Méthode de choix des matériaux

Plan de la séance

- 1| Classification des matériaux
- 2| Comportements typiques
- 3| Méthode de choix des matériaux

Classification des matériaux

- | Liaisons interatomiques

- | Liaisons intermoléculaires

Liaisons interatomiques

Cohésion de la matière est de nature électrostatique

Liaisons fortes

- Ionique
- Covalente
- Métallique

T_c : 1000 à 5000 K

Énergie de **liaison** > 50kJ/mole

Liaisons secondaires

- Van der Waals
- Hydrogène

T_c : 100 à 500 K

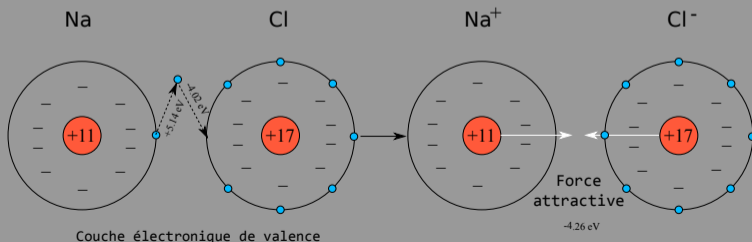
Énergie de **liaison** comprise entre
4kJ/mole et 50kJ/mole

Liaisons interatomiques

Liaison ionique (ou électrovalente)

- Grande différence d'**électronégativité**
- Ions **positifs** : cations (souvent métallique)
- Ions **négatifs** : anions (souvent non métallique)
- Attraction **électrostatique**

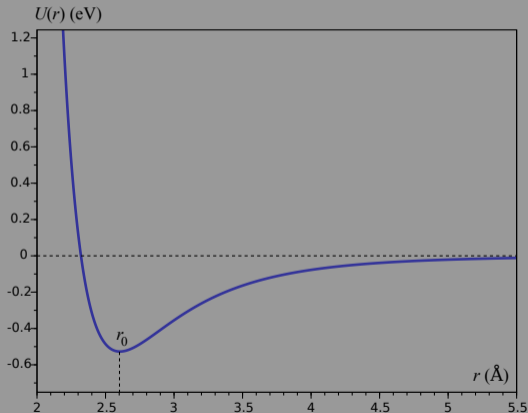
Exemple : chlorure de sodium $Na + \frac{1}{2}Cl_2 \longrightarrow (Na^+, Cl^-) + 4.26eV$



Liaisons interatomiques

Liaison ionique (ou électrovalente)

□ Potentiel d'interaction $U(r) = U_0 - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\beta}{r^n}$ avec $7 < n < 10$

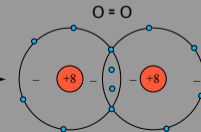
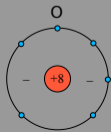
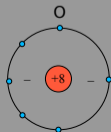
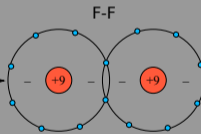
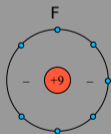
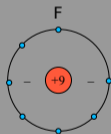
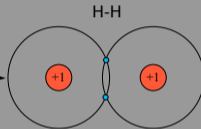
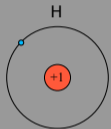
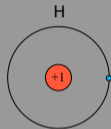
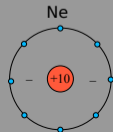
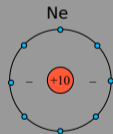


Liaisons interatomiques

Liaison covalente

- Faible différence d'électronégativité entre deux non-métaux

Gaz noble le plus proche

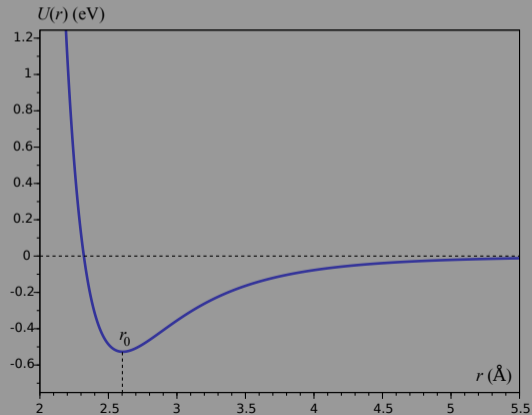


Liaisons interatomiques

Liaison covalente

□ Potentiel d'interaction

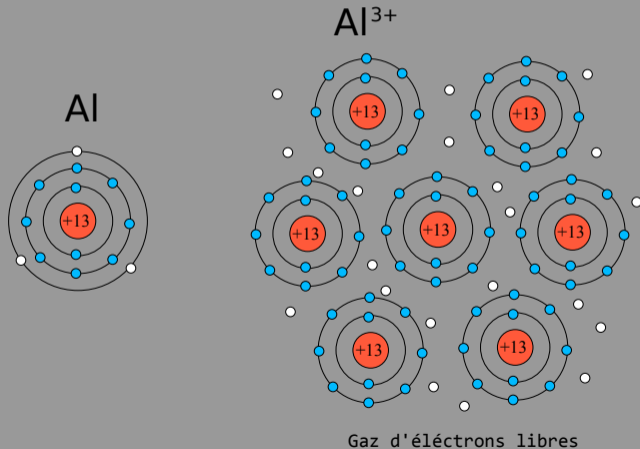
$$U(r) = U_0 - \frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n} \text{ avec } 6 < m < 10 \text{ et } 10 < n < 12$$



Liaisons interatomiques

Liaison métallique

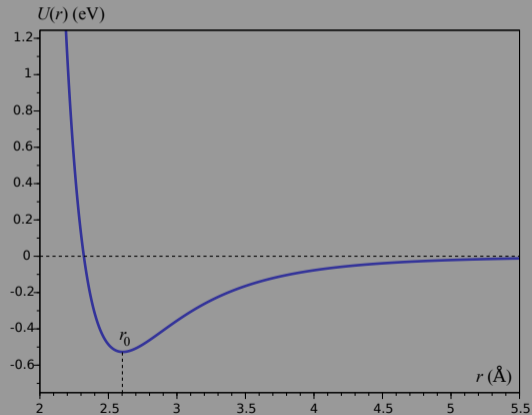
- Métaux et alliages



Liaisons interatomiques

Liaison métallique

□ Potentiel d'interaction $U(r) = U_0 - \frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n}$



Classification des matériaux

| Liaisons interatomiques

| Liaisons intermoléculaires

Liaisons intermoléculaires

Cohésion de la matière est de nature électrostatique

Liaisons fortes

- Ionique
- Covalente
- Métallique

T_c : 1000 à 5000 K

Énergie de **liaison** > 50kJ/mole

Liaisons secondaires

- Van der Waals
- Hydrogène

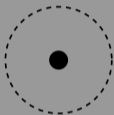
T_c : 100 à 500 K

Énergie de **liaison** comprise entre
4 à 50kJ/mole

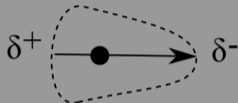
Liaisons intermoléculaires

Liaison de Van der Waals

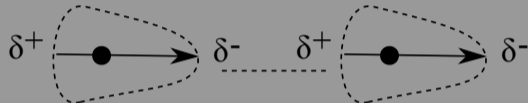
Statistiquement
appolaire dans le temps



Moment dipolaire
instantané



Moment dipolaire induit
par champ électrique



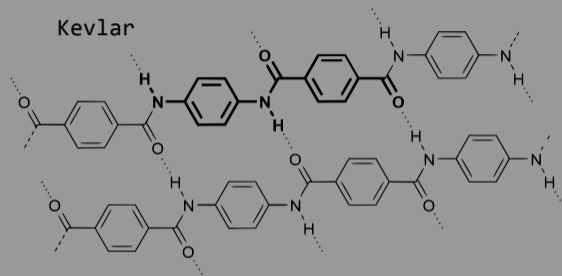
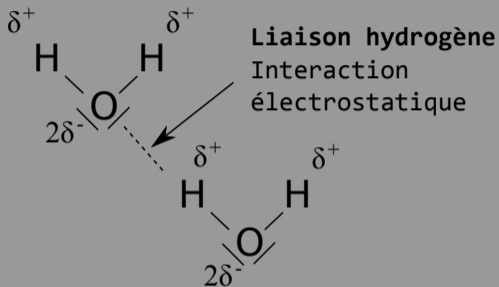
Interaction électrostatique

□ Potentiel d'interaction

$$U(r) = U_0 - \frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^n}$$

Liaisons intermoléculaires

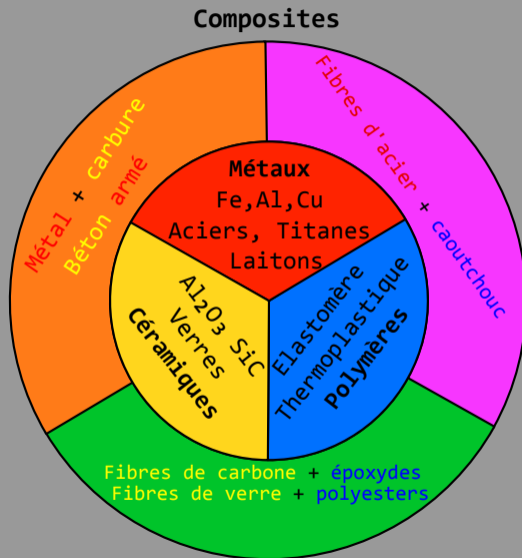
Liaison hydrogène



□ Potentiel d'interaction

$$U(r) = U_0 - \frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^n}$$

Liaisons intermoléculaires



Plan de la séance

- 1| Classification des matériaux
- 2| Comportements typiques
- 3| Méthode de choix des matériaux

Comportements typiques

| Tests mécaniques

| Élastique endommageant (e.g., céramiques)

| Élastique plastique (e.g., métaux)

| Viscoélasticité (e.g., polymères)

| Classification ingénieur

Tests mécaniques

Matériau vs structure

- Une question... d'échelle
- Éprouvette (structure) vs Acier (matériau)
- Polycristal (structure) vs Cristal (matériau)
- Treillis (structure) vs Acier (matériau)
- Éprouvette (structure) vs Métamatériau treillis (matériau)

Qu'est-ce qu'une éprouvette

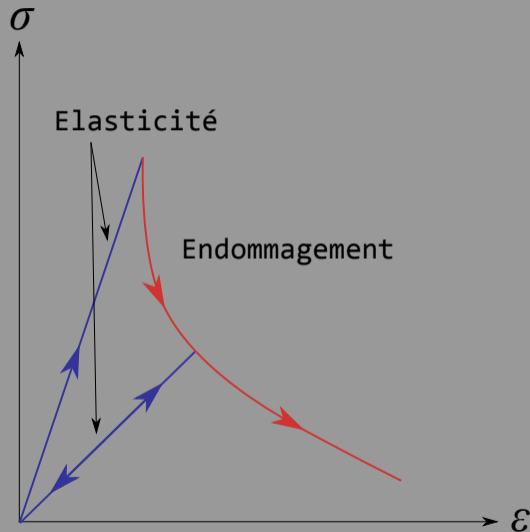
Relier une mesure de structure à un effet matériau

- État **homogène**
- Éviter la **localisation** des déformations
- Différentes **éprouvettes** pour différents **états de contrainte visés**

Comportements typiques

- | Tests mécaniques
- | **Élastique endommageant (e.g., céramiques)**
- | Élastique plastique (e.g., métaux)
- | Viscoélasticité (e.g., polymères)
- | Classification ingénieur

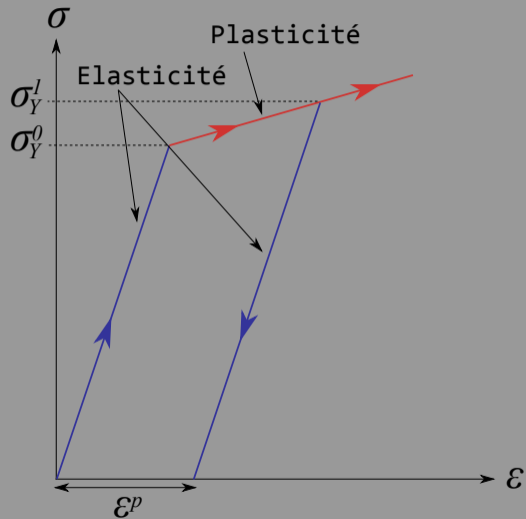
Élastique endommageant (e.g., céramiques)



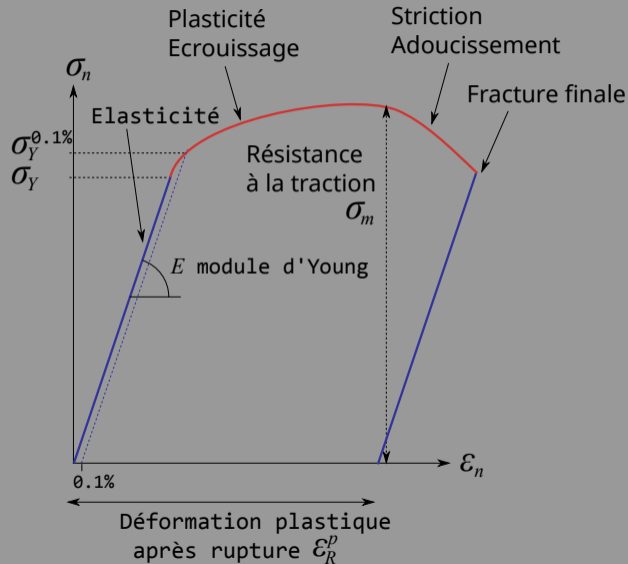
Comportements typiques

- | Tests mécaniques
- | Élastique endommageant (e.g., céramiques)
- | **Élastique plastique (e.g., métaux)**
- | Viscoélasticité (e.g., polymères)
- | Classification ingénieur

Élastique plastique (e.g., métaux)



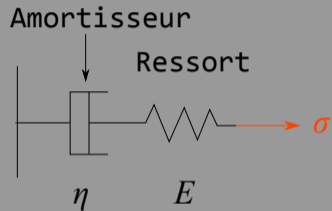
Élastique plastique (e.g., métaux)



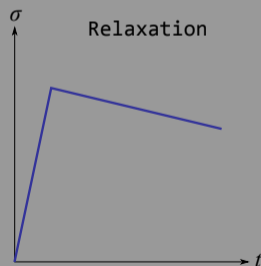
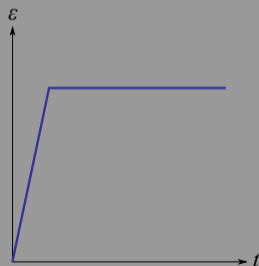
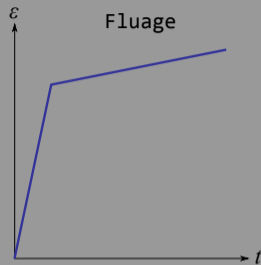
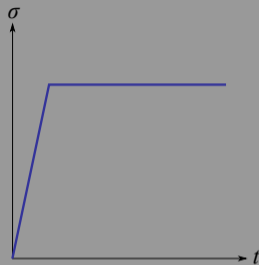
Comportements typiques

- | Tests mécaniques
- | Élastique endommageant (e.g., céramiques)
- | Élastique plastique (e.g., métaux)
- | **Viscoélasticité (e.g., polymères)**
- | Classification ingénieur

Viscoélasticité (e.g., polymères)



$$\dot{\epsilon}^{ve} = \frac{\sigma}{\eta} \quad \epsilon^e = \frac{\sigma}{E}$$



Comportements typiques

- | Tests mécaniques
- | Élastique endommageant (e.g., céramiques)
- | Élastique plastique (e.g., métaux)
- | Viscoélasticité (e.g., polymères)
- | **Classification ingénieur**

Classification ingénieur

Alliages métalliques

Céramiques

- Céramiques techniques
- Céramiques poreuses
- Verres

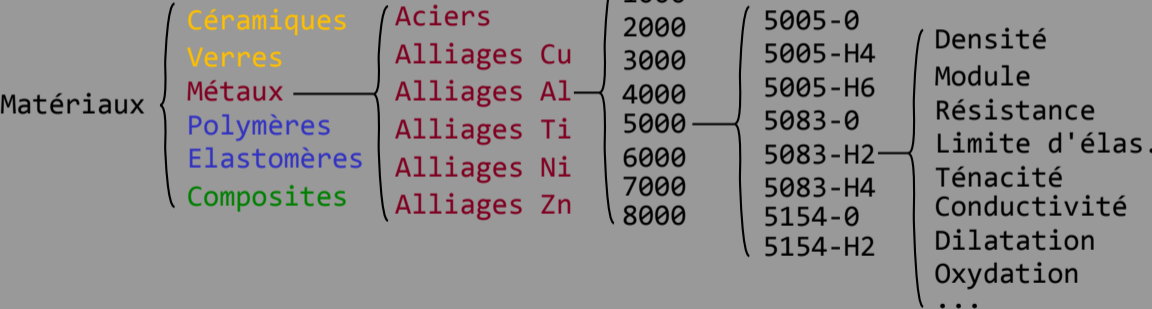
Polymères

- Polymères techniques
- Élastomères
- Mousses de polymères
- Bois

Composites

Classification ingénieur

Univers Famille Classe Sous-classe Membre Caractéristique



Plan de la séance

- 1| Classification des matériaux
- 2| Comportements typiques
- 3| Méthode de choix des matériaux

Méthode de choix des matériaux

- | Propriétés d'usage des matériaux
- | Approche par indice de performance

Propriétés d'usage des matériaux

Type	Nom	Symbole	Unité
Général	Coût	C_m	€.kg ⁻¹
	Densité	ρ	kg.m ⁻³
Mécanique	Module d'Young	E	GPa
	Coefficient de Poisson	ν	-
	Module de cisaillement	μ	GPa
	Module d'incompressibilité	K	GPa
	Limite d'élasticité	σ_Y	MPa
	Ténacité	K_{IC}	MPa.m ^{1/2}
	Limite d'endurance	σ_e	MPa

Et... bien d'autres !

Propriétés d'usage des matériaux

Type	Nom	Symbole	Unité
Thermique	Conductivité thermique	λ	$\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$
	Diffusivité thermique	D	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
	Chaleur spécifique	c_p	$\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
	Température de fusion	T_f	K
	Température de transition vitreuse	T_g	K
	Coefficient de dilatation thermique	α	K^{-1}
Usure	Coefficient d'usure d'Archard	k_A	MPa^{-1}
Corrosion	Vitesse de corrosion	K	mm.an^{-1}
	Constante de vitesse parabolique d'oxydation	k_p	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$

Et... bien d'autres !

Propriétés d'usage des matériaux

Exemple : alliages de titane

Coût	C_m	25-65	€.kg ⁻¹
Recyclabilité		55%-65%	
Densité	ρ	4.36-4.84	Mg.m ⁻³
Module d'Young	E	90-137	GPa
Coefficient de Poisson	ν	0.35-0.37	-
Module de cisaillement	μ	32-51	GPa
Module d'incompressibilité	K	100-176	GPa
Limite d'élasticité	σ_Y	172-1245	MPa
Ténacité	K_{IC}	14-120	MPa.m ^{1/2}
Limite d'endurance	σ_e	175-705	MPa

Et... bien d'autres !

Propriétés d'usage des matériaux

Exemple : alliages de titane

Conductivité thermique	λ	3.8-20.7	$\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$
Chaleur latente de fusion	L_f	360-370	kJ.kg^{-1}
Chaleur spécifique	c_p	510-650	$\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
Température max de service	T_{max}	570-970	K
Température de fusion	T_f	1750-1955	K
Coef dilatation	α	7.9-11	10^{-6}K^{-1}

Et... bien d'autres !

Propriétés d'usage des matériaux

Exemple : alliages de titane

Résistance environnementale

Inflamabilité	Très bonne
Eau douce	Très bonne
Eau de mer	Très bonne
Solvants organiques	Très bonne
Oxydation à 500°C	Bonne
Acides forts	Bonne
Bases fortes	Bonne
Acides faibles	Très bonne
Bases faibles	Très bonne
UV	Très bonne

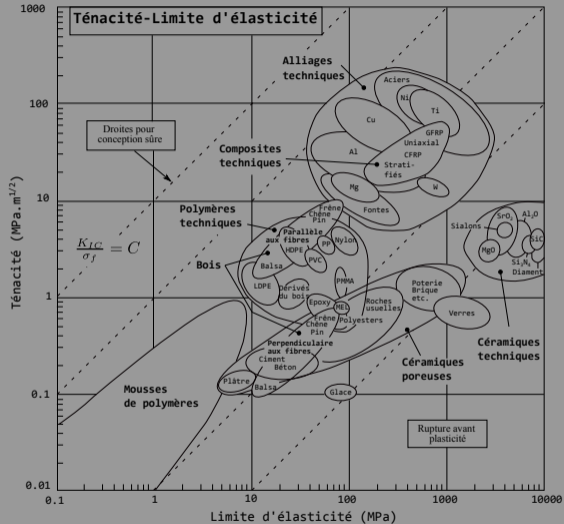
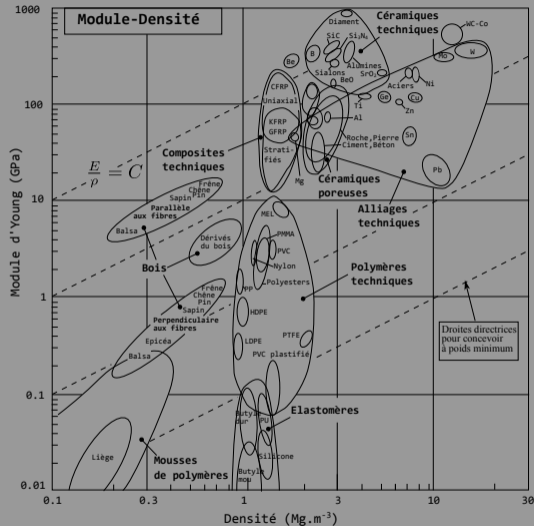
Usages typiques

Pales de turbine de moteur d'avion
Applications en aérospatial
Génie chimique
Échangeurs thermiques
Bio-ingénierie
Médical

Mise en garde

Sous forme de poudre : très inflammable et irritant si ingéré

Propriétés d'usage des matériaux



Méthode de choix des matériaux

- | Propriétés d'usage des matériaux
- | Approche par indice de performance

Approche par indice de performance

Fonction coût : indices de performance

- Scalaires
- Exprimés à l'aide des **propriétés des matériaux**

Structure d'un problème de conception

Données de chargement \underline{D}_C

Données géométriques \underline{D}_G

Variables géométriques \underline{V}_G

Variables matériaux \underline{V}_M

Analyse mécanique simplifiée

Objectif $O(\underline{D}_C, \underline{D}_G, \underline{V}_G, \underline{V}_M)$

Contrainte $C(\underline{D}_C, \underline{D}_G, \underline{V}_G, \underline{V}_M)$

Choisir un matériau

Déterminer \underline{V}_G et \underline{V}_M tels que $O(\underline{D}_C, \underline{D}_G, \underline{V}_G, \underline{V}_M)$ soit **minimale** sous la **contrainte** $C(\underline{D}_C, \underline{D}_G, \underline{V}_G, \underline{V}_M) < 1$.

Approche par indice de performance

Exemple : barre de poids minimal avec contrainte de flèche

Concevoir une barre de longueur l de poids le plus faible possible soumise à un effort de traction F telle que l'allongement soit $\leq \delta_m$

Données de chargement $\underline{D}_G = (F, \delta_m)$

Données géométriques $\underline{D}_G = l$

Variables géométriques $\underline{V}_G = S$

Variables matériaux $\underline{V}_M = (\rho, E)$

Analyse mécanique simplifiée

Flèche $\delta = F l E^{-1} S^{-1} \leq \delta_m$

$O(l, S, \rho) = l S \rho$

$C(F, \delta_m, l, S, E) = F l E^{-1} S^{-1} \delta_m^{-1} < 1$

Choisir un matériau

Déterminer S et E, ρ tels que $l S \rho$ soit minimale sous la contrainte $F l E^{-1} S^{-1} \delta_m^{-1} < 1$.

Approche par indice de performance

Structures des problèmes simples : loi puissance

$$\left\{ \begin{array}{l} O(\underline{D}_C, \underline{D}_G, \underline{V}_G, \underline{V}_M) = \prod_{i,j,k,l} D_{C_i}^{\alpha_i} D_{G_j}^{\beta_j} V_{G_k}^{\gamma_k} V_{M_l}^{\eta_l} \\ C(\underline{D}_C, \underline{D}_G, \underline{V}_G, \underline{V}_M) = \prod_{i,j,k,l} D_{C_i}^{\tilde{\alpha}_i} D_{G_j}^{\tilde{\beta}_j} V_{G_k}^{\tilde{\gamma}_k} V_{M_l}^{\tilde{\eta}_l} < 1 \end{array} \right.$$

Linéarisation : logarithme

$$\underline{d}_C = \log [\underline{D}_C] \quad \underline{d}_G = \log [\underline{D}_G] \quad \underline{v}_G = \log [\underline{V}_G] \quad \underline{v}_M = \log [\underline{V}_M]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} o(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M) = \log [O(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M)] = \sum_{i,j,k,l} \alpha_i d_{C_i} + \beta_j d_{G_j} + \gamma_k v_{G_k} + \eta_l v_{M_l} \\ c(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M) = \log [C(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M)] = \sum_{i,j,k,l} \tilde{\alpha}_i d_{C_i} + \tilde{\beta}_j d_{G_j} + \tilde{\gamma}_k v_{G_k} + \tilde{\eta}_l v_{M_l} < 0 \end{array} \right.$$

Approche par indice de performance

Linéarisation : logarithme

$$\left\{ \begin{array}{l} o(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M) = \sum_{i,j,k,l} \alpha_i d_{C_i} + \beta_j d_{G_j} + \gamma_k v_{G_k} + \eta_l v_{M_l} \\ c(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M) = \sum_{i,j,k,l} \tilde{\alpha}_i d_{C_i} + \tilde{\beta}_j d_{G_j} + \tilde{\gamma}_k v_{G_k} + \tilde{\eta}_l v_{M_l} < 0 \end{array} \right.$$

Programation linéaire

$o(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M)$	linéaire
$c(\underline{d}_C, \underline{d}_G, \underline{v}_G, \underline{v}_M) < 0$	linéaire

Algorithmes efficaces, par exemple simplex

Approche par indice de performance

Réduction du problème : une contrainte et une variable géométrique

$$\left\{ \begin{array}{l} O = V_G^\gamma \prod_{i,j} D_{C_i}^{\alpha_i} D_{G_j}^{\beta_j} \boxed{\prod_l V_{M_l}^{\eta_l}} \\ C = V_G^{\tilde{\gamma}} \prod_{i,j,l} D_{C_i}^{\tilde{\alpha}_i} D_{G_j}^{\tilde{\beta}_j} V_{M_l}^{\tilde{\eta}_l} < 1 \Rightarrow V_G < \prod_{i,j,l} D_{C_i}^{-\frac{\tilde{\alpha}_i}{\tilde{\gamma}}} D_{G_j}^{-\frac{\tilde{\beta}_j}{\tilde{\gamma}}} V_{M_l}^{-\frac{\tilde{\eta}_l}{\tilde{\gamma}}} \end{array} \right.$$
$$\Rightarrow O(\underline{D}_C, \underline{D}_G, V_G, \underline{V}_M) < \left(\prod_{i,j} D_{C_i}^{\alpha_i - \frac{\gamma \tilde{\alpha}_i}{\tilde{\gamma}}} D_{G_j}^{\beta_j - \frac{\gamma \tilde{\beta}_j}{\tilde{\gamma}}} \right) \boxed{\prod_l V_{M_l}^{\eta_l - \frac{\gamma \tilde{\eta}_l}{\tilde{\gamma}}}}$$

Indice de performance

$$\text{Maximiser : } I_P = \prod_l V_{M_l}^{-\eta_l + \frac{\gamma \tilde{\eta}_l}{\tilde{\gamma}}}$$

Approche par indice de performance

Exemple : barre de poids minimal avec contrainte de flèche

Concevoir une barre de longueur l de poids le plus faible possible soumise à un effort de traction F telle que l'allongement soit $\leq \delta_m$

Données de chargement $\underline{D}_C = (F, \delta_m)$

Données géométriques $\underline{D}_G = l$

Variables géométriques $\underline{V}_G = S$

Variables matériaux $\underline{V}_M = (\rho, E)$

Analyse mécanique simplifiée

Flèche $\delta = F l E^{-1} S^{-1} \leq \delta_m$

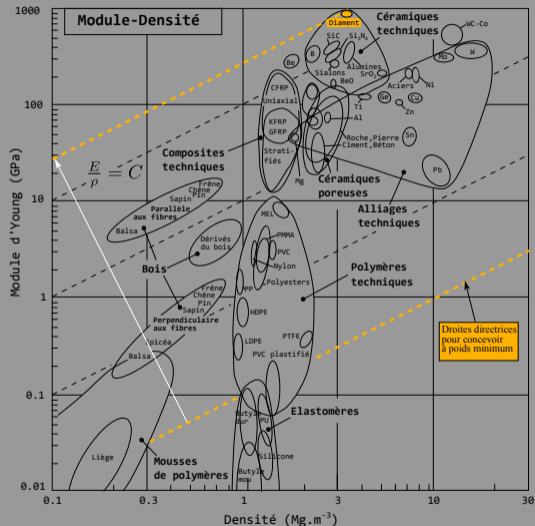
$$O(l, S, \rho) = l S \rho$$

$$C(F, \delta_m, l, S, E) = F l E^{-1} S^{-1} \delta_m^{-1} < 1$$

Indice de performance

$$\text{Maximiser : } I_P = \frac{E}{\rho}$$

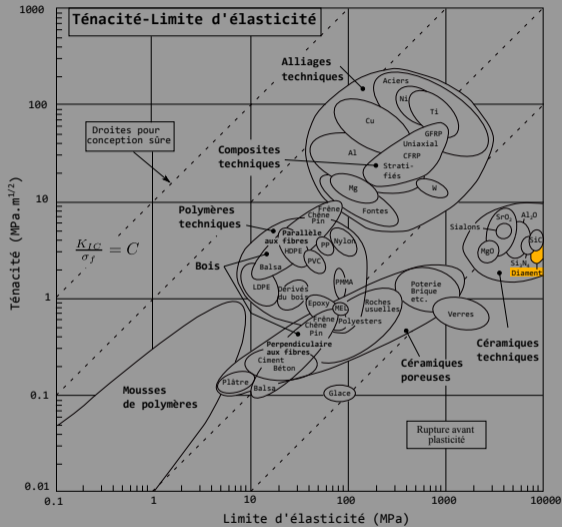
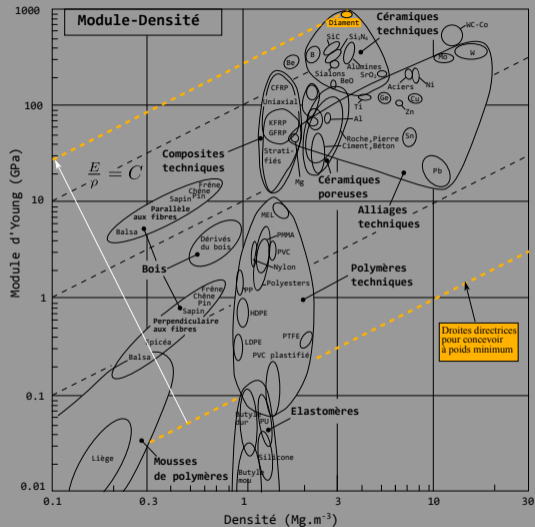
Approche par indice de performance



Condition nécessaire

- I_P : Diamant ρ, E
- Déterminer S
 - Minimiser : $lS\rho \Rightarrow S$
 - Contrainte : $FlE^{-1}S^{-1} \leq \delta_m$
- On a : $S = FlE^{-1}\delta_m^{-1}$

Approche par indice de performance



Approche par indice de performance

Intérêts

- Pédagogique**
- Démarche de **simplification**
- Compréhension** de chaque modèle
- Optimisation de **sous-structures** simples

Limites...

- Cas analytiques **simplistes**
- N'inclut pas des comportements **complexes**
- N'inclut pas de données **environnementales**
- Concevoir = **compromis** entre
fonction / chargements / forme / dimensionnement / matériau / etc.

Conception

Compromis = optimisation sous contraintes

Pourquoi ne peut-on pas concevoir uniquement par optimisation

- Problème à très grandes **dimensions**
- Bases de données** très importantes
(technologies existantes, matériaux, savoir-faires, écologique etc.)
- Coût de calcul** des codes éléments finis

Une conception est toujours sous-optimale

- Alternance** entre **optimisation numérique** et **choix qualitatifs**
- Orientation de conception : **réduire l'espace des paramètres**